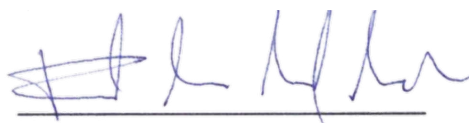


Dissertação apresentada à Pró-Reitoria de Pós-Graduação e Pesquisa do Instituto Tecnológico de Aeronáutica, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Ciências no Programa de Pós-Graduação em Ciências e Tecnologias Espaciais, Área de Gestão Tecnológica.

Tibor Thiesen Dumont Pitrez

**ISOLAÇÃO DE FALHAS EM SISTEMAS DE
NAVEGAÇÃO INERCIAL COM REDUNDÂNCIA
MÍNIMA POR MEIO DE SENSORES
AUXILIARES**

Dissertação aprovada em sua versão final pelos abaixo assinados:



Prof. Dr. Fernando Teixeira Mendes Abrahão

Orientador

Prof. Dr. Pedro Teixeira Lacava
Pró-Reitor de Pós-Graduação e Pesquisa

Campo Montenegro
São José dos Campos, SP - Brasil
2020

Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP)
Divisão de Informação e Documentação

Pitrez, Tibor Thiesen Dumont

Isolação de Falhas em Sistemas de Navegação Inercial com Redundância Mínima por Meio de Sensores Auxiliares / Tibor Thiesen Dumont Pitrez.

São José dos Campos, 2020.

204f.

Dissertação de Mestrado – Curso de Ciências e Tecnologias Espaciais. Área de Gestão Tecnológica – Instituto Tecnológico de Aeronáutica, 2020. Orientador: Prof. Dr. Fernando Teixeira Mendes Abrahão.

1. FDI. 2. Detecção. 3. Isolação. 4. Falhas. 5. Navegação. 6. Inercial. 7. Confiabilidade. 8. Baixo Custo. I. Instituto Tecnológico de Aeronáutica. II. Título.

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

PITREZ, Tibor Thiesen Dumont. **Isolação de Falhas em Sistemas de Navegação Inercial com Redundância Mínima por Meio de Sensores Auxiliares**. 2020. 204f. Dissertação de Mestrado – Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José dos Campos.

CESSÃO DE DIREITOS

NOME DO AUTOR: Tibor Thiesen Dumont Pitrez

TÍTULO DO TRABALHO: Isolação de Falhas em Sistemas de Navegação Inercial com Redundância Mínima por Meio de Sensores Auxiliares.

TIPO DO TRABALHO/ANO: Dissertação / 2020

É concedida ao Instituto Tecnológico de Aeronáutica permissão para reproduzir cópias desta dissertação e para emprestar ou vender cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte desta dissertação pode ser reproduzida sem a autorização do autor.

Tibor Thiesen Dumont Pitrez
QMSW 5, Lote 4
70.680-500 – Brasília-DF

ISOLAÇÃO DE FALHAS EM SISTEMAS DE NAVEGAÇÃO INERCIAL COM REDUNDÂNCIA MÍNIMA POR MEIO DE SENSORES AUXILIARES

Tibor Thiesen Dumont Pitrez

Composição da Banca Examinadora:

Prof. Dr. Angelo Passaro	Presidente	-	ITA
Prof. Dr. Fernando Teixeira Mendes Abrahão	Orientador	-	ITA
Prof. Dr. Henrique Costa Marques	Interno	-	ITA
Prof. Dr. Hélio Koiti Kuga	Externo	-	INPE

À minha mãe, Carol, que me proporcionou, com muito amor, todas as condições necessárias para que este trabalho viesse a ser concluído.

Agradecimentos

Agradeço a Deus, pois sem Ele não poderia ter chegado até este ponto da minha vida e carreira.

Meus agradecimentos se estendem também á minha mãe, Carol, por toda criação humana e educacional que me proporcionou.

Ao meu pai, Roberto, por todo apoio e aconselhamento que me deu durante a minha vida pessoal e profissional.

Ao meu irmão, Davor, pelo compartilhamento de experiências importantes na vida.

Ao Cel. Av. Fernando Abrahão, meu professor e orientador, pela oportunidade e confiança dada a mim, além do aconselhamento sobre o desenvolvimento deste trabalho de mestrado.

Aos amigos de todos os círculos sociais, em especial àqueles da graduação no ITA, que foram fundamentais para a formação da pessoa que sou hoje.

Agradeço também à Força Aérea Brasileira e ao ITA, por toda educação e formação que me foi proporcionada. Além da confiança em mim depositada como oficial.

Também agradeço a todos aqueles que, de alguma forma, direta ou indireta, contruíram para o cumprimento desta dissertação.

A todos, meu muito obrigado.

*“A ciência nunca resolve um problema
sem criar pelo menos outros dez.”*
— GEORGE BERNARD SHAW

Resumo

Esta Dissertação de Mestrado apresenta duas alternativas que permitem contornar o problema de isolamento de falhas em um sistema de navegação inercial com 4 sensores de cada tipo (girômetros ou acelerômetros). As soluções apresentadas no trabalho foram feitas para serem implementadas em sistemas de navegação inercial puros, ou seja, sem fusão ou auxílio de sensores de outra natureza. O trabalho é feito, na maior parte de sua redação, para girômetros, mas, devido a natureza vetorial das grandezas medidas, o mesmo método pode ser utilizado para acelerômetros ou qualquer outro conjunto de sensores de grandezas vetoriais. Em um sistema de navegação com 4 girômetros, por exemplo, em caso de falha de um dos sensores, é possível realizar a detecção da falha (perceber que algum sensor falhou), mas não é possível isolar qual sensor falhou, exceto em falhas muito particulares. Isso faz com que o sistema de navegação inercial, dependendo da magnitude da falha, não consiga mais cumprir a missão. Em um sistema com 5 sensores, é sempre possível isolar o sensor defeituoso, porém, a adição de um sensor de mesma qualidade dos demais pode ser muito cara, extrapolando o orçamento do projeto. O objetivo deste trabalho é identificar, embasar com evidências e desenvolver um método a ser usado como solução para este problema de isolamento de falhas, em sistemas com apenas 4 sensores, sem acrescentar o custo de um sensor adicional de mesma qualidade que os demais. Tal objetivo foi cumprido com duas soluções diferentes. A primeira solução apresentada neste trabalho é a utilização de um sensor inercial auxiliar de menor qualidade (e mais barato) junto aos 4 sensores principais, de forma a auxiliar a etapa de isolamento de falhas. A outra solução é a utilização de um *cluster* de sensores de qualidade ainda menor (e ainda mais baratos) para auxiliar a atividade de isolamento de falhas. Estes sensores auxiliares não são, *a priori*, utilizados para a navegação do sistema. Ambas as soluções apresentadas tiveram resultados positivos, com maior destaque para a primeira, e o sistema deve ser sintonizado de acordo com os requisitos e orçamentos dos projetos. No geral, este trabalho é um estudo de Detecção, Isolamento e Recuperação de Falhas (FDIR, acrônimo em inglês), com o foco na etapa de isolamento.

Abstract

This Master Thesis presents two alternatives that enable work around the fault isolation problem in a inertial navigation system with 4 sensors of each type (gyroscopes and accelerometers). The solutions presented in this thesis were made to be implemented in pure inertial navigation systems, that is, with no fusion or assistance of any other nature. The job is made, in most of its text, for gyroscopes. But, due to the vector nature of the physical quantities measured, the same method can be used for accelerometers or any other group of sensors that measure vector physical quantities. In a navigation system with 4 gyroscopes, for example, in case of failure of a sensor, it's possible to make the fault detection (to perceive that one of the sensors failed), but it's not possible to make the isolation of the faulted sensor, except in some very particular fault types. This leads the inertial navigation system to, depending on the fault magnitude, the incapability to continue the mission. In a system with 5 sensor, it's always possible to isolate the faulted sensor, but, the addition of one sensor with the same quality of the previous can be very expensive, extrapolating the project budget. The objective of the job is to identify, base evidence and develop a methor that can be used to solve this fault isolation problem, in systems with only 4 sensors, without adding the cost that one extra sensor of the same quality of the original 4 sensors would add. The objective was accomplished with two solutions. The first solution presented in this thesis is the utilization of one auxiliary sensor, of lower quality (and cheaper), with the other 4 sensors, in a way to help the fault isolation step. The second solution is the utilization of a cluster of sensors of even lower quality (and even cheaper) to help the fault isolation activity. These auxiliary sensors, *a priori*, will not be used in the navigation system. Both solutions presented here had positive results, with greater emphasis on the first, and the system must be tuned respecting the project budget and requirements. At large, this work is a Fault Detection, Isolation and Recovery (FDIR) study, with its focus in the isolation stage.

Lista de Figuras

FIGURA 1.1 – Diagrama do sistema geral.	31
FIGURA 2.1 – Curva da Banheira típica.	44
FIGURA 2.2 – Componentes em Série.	45
FIGURA 2.3 – Componentes em paralelo.	45
FIGURA 2.4 – Falha do tipo degrau ocorrendo no instante $t_f = 50$ s. Magnitude da falha de $0,5$ °/s e desvio padrão do ruído $\sigma = 0,01$ °/s	47
FIGURA 2.5 – Falha do tipo rampa ocorrendo no instante $t_f = 50$ s. Magnitude da inclinação de $0,005$ °/s ² e desvio padrão do ruído $\sigma = 0,01$ °/s	48
FIGURA 2.6 – Falha do tipo valor constante ocorrendo no instante $t_f = 50$ s. O valor foi travado no último valor anterior a falha, e desvio padrão do ruído $\sigma = 0,01$ °/s. Sinal original é uma senoide de amplitude $0,3$ °.	49
FIGURA 2.7 – Falha do tipo cíclica ocorrendo no instante $t_f = 50$ s. Desvio padrão do ruído $\sigma = 0,01$ °/s. Sinal original é uma senoide de amplitude $0,3$ °. A falha é composta por uma senoide de amplitude $0,3$ °/s com frequência $3,75$ vezes a do sinal original.	49
FIGURA 2.8 – Falha do tipo errática ocorrendo no instante $t_f = 50$ s. Desvio padrão do ruído $\sigma = 0,01$ °/s. Sinal original é uma senoide de amplitude $0,3$ °.	50
FIGURA 2.9 – Falha do tipo impulso ocorrendo no instante $t_f = 50$ s. Magnitude do pico é de $2,0$ °/s e desvio padrão do ruído $\sigma = 0,01$ °/s	51
FIGURA 2.10 – Falha do tipo valor constante com alteração na variância ocorrendo no instante $t_f = 50$ s. Valor travado em $0,0$ °/s com ruído de variância não constante.	51
FIGURA 2.11 – Saturação com valor travando em 4 °/s.	52

FIGURA 2.12 – Saturação com erros de não linearidade. A partir de $7^\circ/s$ o valor verdadeiro se encontra fora da “faixa” coberta pelo ruído do sensor.	52
FIGURA 2.13 – Principais Métodos Para Detecção de Falhas. (ISERMANN, 2006) (PONTUSCHKA; FONSECA, 2014)	53
FIGURA 2.14 – Combinação de <i>limit checking</i> de um valor medido de determinado estado com a tendência de variação do estado (ISERMANN, 2006).	55
FIGURA 2.15 – Árvore com métodos de diagnose de falhas (ISERMANN, 2006).	58
FIGURA 2.16 – Na esquerda, relações de causa e efeito das falhas no sistema físico. Na direita, a observação dos sintomas no processo de diagnose de falhas.	59
FIGURA 2.17 – Redundância estática.	63
FIGURA 2.18 – Redundância dinâmica do tipo <i>hot standby</i>	63
FIGURA 2.19 – Redundância dinâmica do tipo <i>cold standby</i>	64
FIGURA 2.20 – Modelo de um acelerômetro do tipo massa-mola. (MERHAV, 1996)	65
FIGURA 2.21 – Modelo de um acelerômetro de viga vibrante. (MERHAV, 1996)	66
FIGURA 2.22 – Modelo de um FOG por meio do Efeito Sagnac. (MERHAV, 1996)	68
FIGURA 2.23 – Ilustração dos erros de linearidade, representados pelas linhas vermelhas.	71
FIGURA 2.24 – Sólidos Platônicos (OLIVEIRA, 2011).	79
FIGURA 2.25 – Configuração com 3 sensores ortogonais e 1 oblíquo.	80
FIGURA 2.26 – Arranjo classe I para 5 sensores.	81
FIGURA 2.27 – Arranjo classe II para 5 sensores.	81
FIGURA 2.28 – Dados gerados com presença de <i>outliers</i>	88
FIGURA 2.29 – Dados tratados pelo FM com janela de tamanho $l = 3$	88
FIGURA 2.30 – PSD do FMMP para diferentes tamanhos de janela.	96
FIGURA 2.31 – Dados filtrados pelo FMMP com lado de janela $m = 3$	96
FIGURA 2.32 – Comparação da ordem de aplicação dos filtros.	97
FIGURA 2.33 – Ilustração do atraso com $l = 5$ e $m = 3$	98
FIGURA 2.34 – Esquema lógico da eliminação de medidas errôneas do <i>cluster</i> e extração da medida.	100
FIGURA 3.1 – Fluxograma com a metodologia geral	106

FIGURA 3.2 – Fluxograma em alto nível do programa.	116
FIGURA 3.3 – Detalhamento das Variáveis e Parâmetros que precisam ser inicializados no programa.	117
FIGURA 3.4 – Detalhamento das etapas de Geração de Medidas e Geração de Falhas.	117
FIGURA 3.5 – Detalhamento, em fluxograma, do Algoritmo de Detecção.	118
FIGURA 3.6 – Detalhamento, em fluxograma, do Algoritmo de Isolação.	118
FIGURA 3.7 – Detalhamento do bloco do Algoritmo de Verificação.	119
FIGURA 4.1 – Simulação de medidas cruas, sem filtragem, com velocidade angular nula.	124
FIGURA 4.2 – Simulação de medidas cruas, com falha degrau no sensor 3.	124
FIGURA 4.3 – Simulação de medidas cruas, com falha rampa no sensor 2.	125
FIGURA 4.4 – Simulação de dados filtrados, com velocidade angular nula.	126
FIGURA 4.5 – Maior diferença entre medidas. Pode-se notar o surgimento da falha no instante de 100 segundos. A linha vermelha indica a tolerância τ .	127
FIGURA 4.6 – Recuperação de uma falha com o método do sensor auxiliar.	128
FIGURA 4.7 – Recuperação de uma falha com o método do <i>cluster</i> auxiliar.	130
FIGURA 4.8 – Taxa de falso alarme. As linhas tracejadas mostram o intervalo de Clopper-Pearson. Nota-se que a abcissa é dada pelo produto $\tau \cdot 10^5$.	131
FIGURA 4.9 – Taxa de Detecção da Falha Degrau. No eixo das abcissas, tem-se a magnitude da falha degrau.	132
FIGURA 4.10 – Magnitude de Detecção da Falha Rampa.	133
FIGURA 4.11 – Taxa de falso alarme para o caso padrão, com 5 sensores principais. As linhas tracejadas mostram o intervalo de Clopper-Pearson. Nota-se que a abcissa é dada pelo produto $\tau \cdot 10^5$	134
FIGURA 4.12 – Desempenho na detecção de falhas degrau, utilizando 5 sensores principais. No eixo das abcissas, tem-se a magnitude da falha degrau.	135
FIGURA 4.13 – Magnitude de Detecção da Falha Rampa.	136
FIGURA 4.14 – Taxa de Isolações Corretas para a falha degrau, com sensor auxiliar.	142
FIGURA 4.15 – Taxa de Isolações Erradas para a falha degrau, com sensor auxiliar.	142
FIGURA 4.16 – Taxa de Isolação da Falha Rampa.	143

FIGURA 4.17 –Taxa de Isolação da Falha Rampa, ampliada na região superior do gráfico da figura 4.16.	143
FIGURA 4.18 –Isolações erradas com Método de <i>cluster</i> de sensores.	144
FIGURA 4.19 –Taxa de Isolações Corretas para a falha degrau, com <i>cluster</i> de sensores.	145
FIGURA 4.20 –Taxa de Isolações Erradas para a falha degrau, com <i>cluster</i> de sensores. A curva azul claro abrange tanto os valores para $\phi = 0,200^\circ/s$ e para $\phi = 0,2500^\circ/s$, pois ambos tiveram resultados idênticos. . . .	146
FIGURA 4.21 –Taxa de Isolações Corretas para a falha rampa, com <i>cluster</i> de sensores.	146
FIGURA 4.22 –Taxa de Isolações Erradas para a falha degrau. As linhas tracejadas representando os intervalos de Clopper-Pearson.	148
FIGURA 4.23 –Comparação da confiabilidade para diferentes configurações.	157
FIGURA 4.24 –Trajeto real da montanha russa.	163
FIGURA 4.25 –Sobreposição da volta computada e a rota real, no caso sem falhas. . .	164
FIGURA 4.26 –Trajetórias com falhas aplicadas aos 70 segundos de operação. . . .	164
FIGURA 4.27 –Trajetórias com falhas aplicadas aos 30 segundos de operação. . . .	165
FIGURA 4.28 –Trajetórias com falhas, aplicadas aos 70 segundos de operação, recuperadas pelo sistema FDI.	165
FIGURA 4.29 –Trajetórias com falhas, aplicadas aos 30 segundos de operação, recuperadas pelo sistema FDI.	166

Lista de Tabelas

TABELA 2.1 – Tabela comparativa entre diferentes trabalhos e esta dissertação . . .	39
TABELA 2.2 – GDOP's mínimos em função do número de sensores e classe.	82
TABELA 4.1 – Relação entre falsos alarmes e tolerância para 4 sensores sem falhas. .	131
TABELA 4.2 – Relação entre falsos alarmes e tolerância para 5 sensores sem falhas.	134
TABELA 4.3 – Resultados de Isolações Erradas, com Intervalos de Clopper-Pearson.	141
TABELA 4.4 – Resultados de Isolações Erradas em forma matricial.	141
TABELA 4.5 – Resultados de Isolações Erradas em forma matricial, para o caso de 5 sensores principais.	147
TABELA 4.6 – Resultados de Isolações de falha degrau, para o caso de 5 sensores principais, com $\epsilon = 0,0005$ °/s.	148
TABELA 4.7 – Resultados de Isolações de falha degrau, para o caso de 5 sensores principais, com $\epsilon = 0,0001$ °/s.	148
TABELA 4.8 – Resultados de Isolações de falha rampa, para o caso de 5 sensores principais, com $\epsilon = 0,0005$ °/s.	149
TABELA 4.9 – Resultados de Isolações de falha rampa, para o caso de 5 sensores principais, com $\epsilon = 0,0001$ °/s.	149
TABELA A.1 – Desempenho da Detecção da Falha Degrau para $\tau = 10 \cdot 10^{-5}$ °/s. .	187
TABELA A.2 – Desempenho da Detecção da Falha Degrau para $\tau = 8 \cdot 10^{-5}$ °/s. .	187
TABELA A.3 – Desempenho da Detecção da Falha Degrau para $\tau = 6 \cdot 10^{-5}$ °/s. .	188
TABELA A.4 – Desempenho da Detecção da Falha Degrau para $\tau = 4 \cdot 10^{-5}$ °/s. .	188
TABELA A.5 – Desempenho da Detecção da Falha Rampa para $\tau = 10 \cdot 10^{-5}$ °/s. .	189
TABELA A.6 – Desempenho da Detecção da Falha Rampa para $\tau = 8 \cdot 10^{-5}$ °/s. .	189
TABELA A.7 – Desempenho da Detecção da Falha Rampa para $\tau = 6 \cdot 10^{-5}$ °/s. .	190

TABELA A.8 – Desempenho da Detecção da Falha Rampa para $\tau = 4 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ/s$. . .	190
TABELA A.9 – Desempenho da Isolação da Falha Degrau para $\kappa = 10$; $\phi = 0,0125 \text{ }^\circ/s$ e $\epsilon = 0,0125 \text{ }^\circ/s$, com o quinto sensor auxiliar.	191
TABELA A.10 – Desempenho da Isolação da Falha Degrau para $\kappa = 10$; $\phi = 0,0125 \text{ }^\circ/s$ e $\epsilon = 0,0100 \text{ }^\circ/s$, com o quinto sensor auxiliar.	191
TABELA A.11 – Desempenho da Isolação da Falha Degrau para $\kappa = 10$; $\phi = 0,0125 \text{ }^\circ/s$ e $\epsilon = 0,0075 \text{ }^\circ/s$, com o quinto sensor auxiliar.	192
TABELA A.12 – Desempenho da Isolação da Falha Degrau para $\kappa = 10$; $\phi = 0,0125 \text{ }^\circ/s$ e $\epsilon = 0,0050 \text{ }^\circ/s$, com o quinto sensor auxiliar.	192
TABELA A.13 – Desempenho da Isolação da Falha Degrau para $\kappa = 10$; $\phi = 0,0125 \text{ }^\circ/s$ e $\epsilon = 0,0025 \text{ }^\circ/s$, com o quinto sensor auxiliar.	192
TABELA A.14 – Desempenho da Isolação da Falha Rampa para $\kappa = 10$; $\phi = 0,0125 \text{ }^\circ/s$ e $\epsilon = 0,0125 \text{ }^\circ/s$, com o quinto sensor auxiliar.	193
TABELA A.15 – Desempenho da Isolação da Falha Rampa para $\kappa = 10$; $\phi = 0,0125 \text{ }^\circ/s$ e $\epsilon = 0,0100 \text{ }^\circ/s$, com o quinto sensor auxiliar.	193
TABELA A.16 – Desempenho da Isolação da Falha Rampa para $\kappa = 10$; $\phi = 0,0125 \text{ }^\circ/s$ e $\epsilon = 0,0075 \text{ }^\circ/s$, com o quinto sensor auxiliar.	193
TABELA A.17 – Desempenho da Isolação da Falha Rampa para $\kappa = 10$; $\phi = 0,0125 \text{ }^\circ/s$ e $\epsilon = 0,0050 \text{ }^\circ/s$, com o quinto sensor auxiliar.	194
TABELA A.18 – Desempenho da Isolação da Falha Rampa para $\kappa = 10$; $\phi = 0,0125 \text{ }^\circ/s$ e $\epsilon = 0,0025 \text{ }^\circ/s$, com o quinto sensor auxiliar.	194
TABELA A.19 – Desempenho da Isolação da Falha Rampa para $\kappa = 10$; $\phi = 0,0125 \text{ }^\circ/s$ e $\epsilon = 0,0025 \text{ }^\circ/s$, com o quinto sensor auxiliar.	194
TABELA A.20 – Resultado de Isolações Erradas para o Método com <i>cluster</i> de sen- sores com $\epsilon = 0,0100 \text{ }^\circ/s$	195
TABELA A.21 – Resultado de Isolações Erradas para o Método com <i>cluster</i> de sen- sores com $\epsilon = 0,0075 \text{ }^\circ/s$	195
TABELA A.22 – Resultado de Isolações Erradas para o Método com <i>cluster</i> de sen- sores com $\epsilon = 0,0050 \text{ }^\circ/s$	196
TABELA A.23 – Resultado de Isolações Erradas para o Método com <i>cluster</i> de sen- sores com $\epsilon = 0,0025 \text{ }^\circ/s$	196
TABELA A.24 – Resultado de Isolações de Falhas degrau, utilizando o Método com <i>cluster</i> de sensores com $\phi = 0,0200 \text{ }^\circ/s$	197

TABELA A.25 – Resultado de Isolações de Falhas degrau, utilizando o Método com <i>cluster</i> de sensores com $\phi = 0,0500$ °/s.	197
TABELA A.26 – Resultado de Isolações de Falhas degrau, utilizando o Método com <i>cluster</i> de sensores com $\phi = 0,1000$ °/s.	198
TABELA A.27 – Resultado de Isolações de Falhas degrau, utilizando o Método com <i>cluster</i> de sensores com $\phi = 0,1500$ °/s.	198
TABELA A.28 – Resultado de Isolações de Falhas degrau, utilizando o Método com <i>cluster</i> de sensores com $\phi = 0,2000$ °/s.	198
TABELA A.29 – Resultado de Isolações de Falhas degrau, utilizando o Método com <i>cluster</i> de sensores com $\phi = 0,2500$ °/s.	198
TABELA A.30 – Resultado de Isolações de Falhas rampa, utilizando o Método com <i>cluster</i> de sensores com $\phi = 0,0200$ °/s.	199
TABELA A.31 – Resultado de Isolações de Falhas rampa, utilizando o Método com <i>cluster</i> de sensores com $\phi = 0,0500$ °/s.	199
TABELA A.32 – Resultado de Isolações de Falhas rampa, utilizando o Método com <i>cluster</i> de sensores com $\phi = 0,1000$ °/s.	199
TABELA A.33 – Resultado de Isolações de Falhas rampa, utilizando o Método com <i>cluster</i> de sensores com $\phi = 0,1500$ °/s.	200
TABELA A.34 – Resultado de Isolações de Falhas rampa, utilizando o Método com <i>cluster</i> de sensores com $\phi = 0,2000$ °/s.	200
TABELA A.35 – Resultado de Isolações de Falhas rampa, utilizando o Método com <i>cluster</i> de sensores com $\phi = 0,2500$ °/s.	200
TABELA A.36 – Desempenho da Detecção da Falha Degrau para $\tau = 8 \cdot 10^{-5}$ °/s e no caso de 5 sensores principais.	201
TABELA A.37 – Desempenho da Detecção da Falha Degrau para $\tau = 6 \cdot 10^{-5}$ °/s e no caso de 5 sensores principais.	201
TABELA A.38 – Desempenho da Detecção da Falha Degrau para $\tau = 4 \cdot 10^{-5}$ °/s e no caso de 5 sensores principais.	202
TABELA A.39 – Desempenho da Detecção da Falha Degrau para $\tau = 3 \cdot 10^{-5}$ °/s e no caso de 5 sensores principais.	202
TABELA A.40 – Desempenho da Detecção da Falha Rampa para $\tau = 8 \cdot 10^{-5}$ °/s.	203
TABELA A.41 – Desempenho da Detecção da Falha Rampa para $\tau = 6 \cdot 10^{-5}$ °/s.	203
TABELA A.42 – Desempenho da Detecção da Falha Rampa para $\tau = 4 \cdot 10^{-5}$ °/s.	204

TABELA A.43 – Desempenho da Detecção da Falha Rampa para $\tau = 3 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ/s$. . 204

Lista de Abreviaturas e Siglas

AOCS	Sistema de Controle de Órbita e Atitude
DM	Dissertação de Mestrado
DOP	Diluição de Precisão
EKF	Filtro de Kalman Estendido
ESA	Agência Espacial Europeia
FDI	Detecção e Isolação de Falhas
FDIR	Detecção, Isolação e Recuperação de Falhas
FKE	Filtro de Kalman Estendido
FM	Filtro de Mediana
FMMP	Filtro de Média Móvel Ponderada
FOG	Girômetro a Fibra Óptica
GB	Gigabyte
GDOP	Diluição Geométrica de Precisão
GLR	<i>Generalized Likelihood Ratio</i>
GNSS	Sistema por Satélite de Navegação Global
GPS	<i>Global Positioning System</i>
IAE	Instituto de Aeronáutica e Espaço
IC	Intervalo de Confiança
ICP	Intervalo de Confiança de Clopper-Pearson
IMU	Unidade de Medida Inercial
INS	Sistema de Navegação Inercial
ITA	Instituto Tecnológico de Aeronáutica
kB	Kilobyte
Mag.	Magnitude
MB	Megabyte
MEMS	Sistemas Microeletromecânicos
MTTF	Tempo Médio Para Falhar
NA	Não Aplicável
NASA	<i>National Aeronautics and Space Administration</i>
NED	Norte, Leste, Para Baixo (<i>North, East, Down</i>)

PCA	Análise de Componentes Principais
pdf	Função de Densidade de Probabilidade
PSD	Densidade Espectral de Potência
PM	Modulador de Fase
<i>rad</i>	Radianos
rms	Root Mean Square
SFS	Sensor de Força Específica
SI	Sistema Internacional (de Unidades)
SISNAC	Sistema Inercial de Navegação e Controle (Projeto)
SISNAV	Sistema de Navegação Inercial (Projeto)
TIF	Transformada Inversa de Fourier
TFD	Transformada de Fourier Discreta
TFTC	Transformada de Fourier de Tempo Curto
TFTD	Transformada de Fourier de Tempo Discreto
TT&C	Telemetria, Rastreamento e Comando
Tx.	Taxa
VANT	Veículo Aéreo Não Tripulado
WGDP	Diluição Geométrica de Precisão Ponderada

Lista de Símbolos

$A_{sp,N}; A_{sp,E}; A_{sp,D}$	Medidas dos acelerômetros no sistema NED
B	Viés
e	Número de Euler
F	Termo de Falha
g_0	Aceleração da gravidade no nível do mar
\mathbf{H}	Matriz de Cossenos Diretores do Bloco
$\mathbf{I}_{a \times b}$	Matriz Identidade de Ordem $a \times b$
j	Unidade Imaginária
$O(n)$	Complexidade Computacional de Ordem (n)
\mathbf{q}_B^{NED}	Quaternion de rotação entre os sistemas B e NED
Q	Probabilidade de Falha
R	Confiabilidade
R_0	Raio da Terra
\mathbf{S}	Matriz de Desalinhamento
S	Estimador de Espalhamento
T	Estimador Local
t	Tempo
t_{MTTF}	Tempo Médio Para Falhar
$V_N; V_E; V_D$	Componentes da velocidade no Sistema NED
\mathbb{N}	Conjunto dos Números Naturais
δt	Intervalo de Amostragem
Λ	Longitude
λ	Taxa de Falha ou Latitude (Analisar Contexto)
ν	Ruído do Sensor
η	Ruído do <i>Random Walk</i>
π	Número π
ρ	Tolerância do Método dos k Vizinhos Próximos
σ	Desvio Padrão
τ	Tolerância do método de detecção
ϕ	Discordância mínima para o método de isolamento

ϵ	Tolerância para o método de isolamento
κ	Confirmações necessárias do método de isolamento
Ω	Velocidade Angular da Terra
ω	Velocidade Angular ou Frequência (Analisar Contexto)
Φ	Ângulo de rolagem
Θ	Ângulo de arfagem
Ψ	Ângulo de Guinada
\bar{a}	Medida de a ou Média de a (Analisar Contexto)
\tilde{a}	Sinal Elétrico causado pelo Estímulo a
$\dot{Y}(t)$	Derivada Temporal da Função Y
ω_B^{BI}	Velocidade angular do sistema B em relação ao sistema I , escrita na base de I
\mathbf{H}^+	Matriz Pseudo-Inversa de \mathbf{H}
$E[X]$	Valor Esperado de X
$Cov[\boldsymbol{\nu}]$	Matriz de Covariância de $\boldsymbol{\nu}$
$tr(\mathbf{A})$	Traço da Matriz \mathbf{A}
$car(\mathbf{A})$	Característica da Matriz \mathbf{A}
$min(\mathbf{A})$	Mínimo valor do conjunto \mathbf{A}
\vee	OU Lógico
\wedge	E Lógico
$\mathbf{a} \circ \mathbf{b}$	Produto Escalar entre Vetores \mathbf{a} e \mathbf{b}
$\prod_{k=n}^m a_k$	Produtório $a_n \cdot \dots \cdot a_m$
$\sum_{k=n}^m a_k$	Somatório $a_n + \dots + a_m$
$\binom{n}{k}$	Combinação n escolhe k

Sumário

1	INTRODUÇÃO	25
1.1	Contexto e Motivação	25
1.2	Problema e Objetivo	27
1.2.1	Custo dos Sistemas de Navegação Inercial	29
1.3	Escopo e Estrutura Básica do Sistema	30
1.4	Estrutura do Texto	32
2	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA E FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	33
2.1	Revisão Bibliográfica	34
2.1.1	Trabalhos de FDIR em Sistemas de Navegação	34
2.1.2	Trabalhos de FDIR em Outras Áreas	37
2.1.3	Tabela Comparativa	38
2.2	Conceitos de FDI/FDIR e Confiabilidade	40
2.2.1	Conceitos Básicos e Terminologia	40
2.2.2	Confiabilidade	43
2.2.3	Modos de Falha	46
2.2.4	Métodos de Detecção de Falhas	53
2.2.5	Métodos de Diagnose de Falhas	56
2.2.6	Sistemas Tolerantes a Falhas	61
2.3	Modelo de Sensores e do Bloco de Sensores	63
2.3.1	Acelerômetros	64
2.3.2	Girômetros	66
2.3.3	Modelo de Medidas	68

2.3.4	Geometria do Bloco	72
2.3.5	Cr�terio GDOP	76
2.4	Filtragem de Dados	82
2.4.1	Filtro de <i>Outliers</i> - Filtro de Mediana	82
2.4.2	<i>Smoothing</i> - Filtro Passa Baixas	87
2.4.3	Ordem dos Filtros	95
2.4.4	Filtragem e Atraso	97
2.5	<i>Clusteriza�o</i>	99
2.5.1	Extra�o da Medida do <i>Cluster</i>	100
2.5.2	Exclus�o de Medidas Erradas	103
3	METODOLOGIA	105
3.1	Ambiente Computacional de Simula�o	105
3.1.1	Gera�o de Dados	107
3.1.2	Inser�o de Falhas	108
3.1.3	Implementa�o dos Filtros	108
3.2	M�todo de Detec�o	109
3.3	M�todo de Isola�o com Sensor Auxiliar	110
3.4	M�todo de Isola�o com <i>Cluster</i> Auxiliar	114
3.5	M�todo de Verifica�o	115
3.6	Fluxograma do Programa de Simula�o Computacional	116
3.7	Intervalo de Clopper-Pearson	119
3.8	M�tricas de Resultados	121
4	IMPLEMENTA�O, RESULTADOS E DISCUSS�ES	122
4.1	Implementa�o	122
4.1.1	Implementa�o do Ambiente de Simula�o	123
4.1.2	Implementa�o do Algoritmo de Detec�o	125
4.1.3	Implementa�o do Algoritmo de Isola�o e Recupera�o	126
4.2	Resultados e Discuss�es - Algoritmo de Detec�o	130
4.2.1	Taxa de Falso Alarme em Sensores sem Falhas	130

4.2.2	Detecção da Falha Degrau	131
4.2.3	Detecção da Falha Rampa	132
4.2.4	Detecção com 5 sensores principais - Taxa de Falsos Alarmes	133
4.2.5	Detecção com 5 sensores principais - Falha Degrau	134
4.2.6	Detecção com 5 sensores principais - Falha Rampa	135
4.2.7	Discussão sobre os resultados do Algoritmo de Detecção de Falhas	135
4.3	Resultados do Algoritmo de Isolação para Sensor Auxiliar	139
4.3.1	Isolações Erradas - Sensor Auxiliar	139
4.3.2	Isolação com Sensor Auxiliar - Falha Degrau	140
4.3.3	Isolação com Sensor Auxiliar - Falha Rampa	141
4.4	Resultados do Algoritmo de Isolação para <i>Cluster</i> de Sensores	142
4.4.1	Isolações Erradas - <i>Cluster</i>	142
4.4.2	Isolação com <i>Cluster</i> de Sensores - Falha Degrau	145
4.4.3	Isolação com <i>Cluster</i> de Sensores - Falha Rampa	145
4.5	Resultados com 5 sensores principais	146
4.5.1	Isolação com 5 sensores principais - Isolações Erradas	146
4.5.2	Isolação com 5 sensores principais - Falha Degrau	147
4.5.3	Isolação com 5 sensores principais - Falha Rampa	147
4.6	Discussão do Algoritmo de Isolação de Falhas	149
4.6.1	Taxa de Isolações Erradas	150
4.6.2	Isolação da Falha Degrau	152
4.6.3	Isolação da Falha Rampa	154
4.7	Análise de Confiabilidade	155
4.7.1	Discussões da Análise de Confiabilidade	158
4.8	Aplicação em Dados Reais	160
4.8.1	Preparação dos Dados	160
4.8.2	Aplicação do Algoritmo de FDI	162
4.8.3	Discussão da Aplicação dos Dados da Montanha Russa	166
4.9	Aspectos Computacionais do Programa	167

5	CONCLUSÃO	171
5.1	Recapitulação	171
5.2	Cumprimento do Objetivo e Contribuições	172
5.2.1	Descrição da Aplicação Prática	172
5.2.2	Contribuições	173
5.2.3	Diferentes Sensores ou Diferentes Configurações	174
5.3	Trabalhos Futuros	175
	REFERÊNCIAS	176
	APÊNDICE A – TÓPICOS MATEMÁTICOS	181
A.1	Inversa de Moore-Penrose	181
A.2	Cálculo da Covariância	183
A.3	Equação de Navegação	185
	ANEXO A – TABELAS E GRÁFICOS	187
A.1	Resultados da Detecção da Falha Degrau	187
A.2	Resultados da Detecção da Falha Degrau	189
A.3	Resultados da Isolação da Falha Degrau - Método do Sensor Au- xiliar	191
A.4	Resultados da Isolação da Falha Rampa - Método do Sensor Au- xiliar	193
A.5	Resultados da Isolações Erradas - Método com <i>cluster</i> de sensores	195
A.6	Resultados da Isolações de Falhas Degrau - Método com <i>cluster</i> de sensores	197
A.7	Resultados da Isolações de Falhas Degrau - Método com <i>cluster</i> de sensores	199
A.8	Resultados da Detecção da Falha Degrau - Com 5 sensores	201
A.9	Resultados da Detecção da Falha Rampa - Com 5 sensores	203

1 Introdução

No primeiro capítulo desta Dissertação de Mestrado (DM), são apresentados seus aspectos gerais, com a finalidade de facilitar a compreensão deste trabalho. A motivação, o contexto, o escopo, o problema abordado e o objetivo deste trabalho são explicitados neste capítulo. Além disso, uma breve explicação do sistema em questão é apresentada. Por fim, a estrutura do texto desta dissertação é explicada de maneira breve.

1.1 Contexto e Motivação

Em termos gerais, este trabalho consiste no estudo e no desenvolvimento de um sistema de Detecção e Isolação de Falhas (FDI, acrônimo em inglês de *fault detection and isolation*) em um sistema de navegação inercial (INS, *inertial navigation system*). De maneira simples, em se tratando de gerenciamento de falhas, pode-se entender “detecção” como sendo a atividade de perceber que há uma falha no sistema. Já o termo “isolação” pode ser compreendido como a atividade de descobrir onde (em qual componente) está a falha. Vale ressaltar que, em algumas aplicações, o próprio sistema FDI também é responsável pela recuperação, sendo, nesse caso, um sistema FDIR (*fault detection, isolation and recovery*). A “recuperação” consiste no retorno do sistema à sua capacidade operacional (GUSTAFSSON, 2000).

Sobre o termo “isolação”, adotou-se a mesma terminologia utilizada por Oliveira (2011), trabalho também escrito em português. Todavia, não há um consenso na terminologia utilizada, de forma que há outros trabalhos que utilizam o termo “isolamento” com o mesmo significado, a exemplo de Meyer (2017). Pontua-se ainda que a palavra “isolação” se encontra presente no Vocabulário Ortográfico da Língua Portuguesa.

Já a atividade de navegação, no contexto deste trabalho, consiste na determinação da posição, da velocidade e da orientação de um dado corpo no espaço em relação a um ponto e um referencial determinado (GROVES, 2008) (NOURELDIN *et al.*, 2013).

No atual contexto tecnológico global, principalmente no que tange às tecnologias militares, aeroespaciais e relacionadas a veículos autônomos, a navegação inercial ocupa lugar

de destaque, devido à sua capacidade de operar independentemente de auxílios externos, isto é, não necessitam de um sinal via rádio ou satélite para operarem (NOURELDIN *et al.*, 2013). O termo “navegação inercial” se refere às técnicas de navegação que utilizam sensores inerciais, essencialmente girômetros e acelerômetros, geralmente compondo uma unidade de medidas inerciais (IMU, *inertial measure unit*) (GROVES, 2008). Com estas medidas e por meio de integração numérica de equações diferenciais, é possível estimar a posição, a velocidade e a orientação do corpo ao qual estes sensores estão solidários, desde que sejam conhecidas as condições iniciais. Evidentemente, existem técnicas de fusão sensorial nas quais se utiliza algum sensor de outra natureza para auxiliar a navegação inercial (FARRELL, 2008). Todavia, a fusão sensorial nem sempre é possível, seja por motivos de natureza da missão, seja por motivos de segurança (evitar uma possível sabotagem). Tal independência da navegação inercial faz com que a mesma seja muito considerada para aplicações de defesa, como mísseis balísticos, veículos lançadores e submarinos de longo alcance, uma vez que independe de um sistema de navegação por satélite global (GNSS), como o GPS (*Global Positioning System*) dos Estados Unidos, e o GLONASS da Rússia. Naturalmente, a navegação inercial possui limitações, sendo a principal delas o erro crescente com o tempo (GROVES, 2008). Assim, para missões de longa duração e/ou alta precisão, são necessários sensores de maior qualidade, que, por sua vez, podem custar da ordem de dezenas de milhares de dólares (na época deste texto) (EMCORE, 2018). Desta forma, tanto o domínio de sensores inerciais como de técnicas de navegação inercial são importantes para uma nação que busca soberania tecnológica em suas atividades aeroespaciais.

No contexto do Brasil, segundo Ramos (2015), em 2007, o governo estabeleceu uma parceria entre o Ministério da Ciência e Tecnologia e o Ministério da Defesa de forma a conciliar o crescimento industrial com as necessidades do setor de defesa. Nesse contexto, com o Projeto SIA (Sistemas Inerciais para Aplicação Aeroespacial) houve certo fomento para o desenvolvimento de sistemas inerciais. Este projeto financiou o Projeto SISNAV (Sistema de Navegação Inercial), que visava a desenvolver um sistema de navegação inercial brasileiro. Posteriormente, no Instituto de Aeronáutica e Espaço (IAE), iniciou-se o projeto SISNAC (Sistema Inercial de Navegação e Controle), uma evolução do SISNAV, que tem por objetivo, além de realizar as atividades de navegação, fazer o controle de um veículo, sendo um sistema mais complexo que seu antecessor (IAE, 2016).

Geralmente o aumento de complexidade de um sistema está relacionado com uma menor confiabilidade, uma vez que a maior complexidade insere mais possibilidades de falhas ao sistema (O’CONNOR; KLEYNER, 2012). Assim, é importante buscar formas de tornar o sistema mais robusto a falhas, isto é, mais tolerante a falhas. Sensores inerciais, assim como qualquer outro tipo de sensor, estão sujeitos a erros e falhas. Estas falhas podem surgir por diversas causas: dano físico, má instalação, picos de energia ou mesmo por

aleatoriedades. A forma mais simples de aumentar a confiabilidade de um sistema é por meio de redundâncias, mas nem sempre isso é viável em termos econômicos (ISERMANN, 2006). Daí a necessidade de realizar um estudo FDI em um sistema de navegação inercial puro.

Este trabalho de mestrado está inserido dentro do Programa de Ciências e Tecnologias Espaciais do Instituto Tecnológico de Aeronáutica (ITA) e tem por finalidade ser aplicado em sistemas aeroespaciais autônomos, isto é, sem pilotagem humana. Os avanços deste trabalho contribuem para os estudos de navegação inercial e de FDI/FDIR do ITA, da Força Aérea Brasileira e do Programa Espacial Brasileiro.

1.2 Problema e Objetivo

Em veículos autônomos, muitas vezes se utiliza redundância nos sensores inerciais, principalmente nos girômetros. Matematicamente, para realizar a medida de uma grandeza vetorial (como a velocidade angular) por meio de suas componentes, são necessários, pelo menos, três sensores com eixos não coplanares. Isso se deve ao fato de que são necessários três vetores (no caso os versores dos eixos dos sensores) não coplanares para formar uma base no espaço tridimensional (BOULOS; CAMARGO, 2004) (PEJSA, 1973). Não raro, visando a um melhor desempenho do sistema de navegação, uma configuração de 4 sensores pode ser usada (que é o caso do SISNAC, por exemplo).

Em um sistema de navegação inercial, assim como em qualquer sistema, duas características devem ser consideradas para seu uso: a confiabilidade e a qualidade. A confiabilidade está intimamente relacionada com o número de sensores no seu sistema. Enquanto a qualidade está intimamente ligada com o modelo do sensor utilizado (mas também melhora com a quantidade de sensores) (PEJSA, 1973).

Assim, a inserção de redundâncias, em geral, traz um aumento na confiabilidade. Não é difícil perceber que, se um sistema precisa de 3 sensores e dispõe de 4 sensores, em caso de falha de um deles, o sistema ainda pode operar com os 3 sensores restantes. Todavia, isso esbarra na seguinte questão: “Se um sensor falhar, é possível descobrir qual dos sensores falhou?” Isso consiste em saber se é possível realizar a isolação da falha no sistema. Afinal, para passar do estado operante com 4 sensores para um estado com 3 sensores, é importante saber qual sensor deve ser eliminado (aquele que falhou). Se não for possível isolar o sensor defeituoso, então, dependendo da magnitude da falha, o sistema como um todo pode falhar.

Nos trabalhos de Pejsa (1973), Sturza (1988) e Oliveira (2011), é dito que a detecção pode ser realizada utilizando apenas redundância mínima, ou seja, 4 sensores. Já a isolação só pode ser garantida com a utilização de 5 sensores. Vale ressaltar que essas informações

são válidas para sistemas inerciais puros e que, a priori, não possuem trajetória nem medida de referência. Além disso, a adição de um sensor de mesma qualidade que os demais pode ser inviável em termos econômicos. Por exemplo, tomando os dados de alguns sensores da empresa EMCORE, o custo de um sensor do modelo EG-1300 FOG é da ordem de US\$ 35.000,00, enquanto um sensor de qualidade inferior EG-120 FOG é da ordem de US\$ 3.700,00, cerca de 10 vezes mais barato que o anterior (EMCORE, 2018).

Em contas simples, a adição de um quinto sensor, com mesma qualidade dos demais, aumentaria o custo do sistema de sensores (girômetros, por exemplo) em 25% (passaria de 4 sensores para 5 sensores). Já, se adicionar um sensor cujo preço é 1/10 dos principais, o aumento de custo seria de apenas 2,5%.

Outra possibilidade ainda é a utilização de um *cluster* composto de sensores de qualidade ainda menor e ainda mais baratos para formar o que seria o “quinto sensor”. Ou seja, utilizar sensores ainda mais simples para operarem em conjunto, de forma que este conjunto retorne uma medida que seria equivalente ao “quinto sensor”.

Desta forma, de maneira sucinta, o principal problema abordado e o objetivo deste trabalho são:

- **Problema:** Em um sistema de navegação inercial puro, com redundância mínima, não é possível garantir a isolação de uma falha, o que pode levar o sistema de navegação a perda total. Além disso, a adição de um sensor de mesma qualidade que os demais pode ser inviável em termos financeiros.
- **Objetivo:** Identificar, desenvolver e testar, em ambiente computacional, um método a ser usado como solução para a isolação do sensor defeituoso sem acrescentar o custo de um sensor adicional de mesma qualidade dos demais.

O objetivo foi cumprido por meio de duas soluções, de certa forma semelhantes entre si e citadas anteriormente. A primeira é a adição de um quinto sensor com qualidade inferior aos principais. A segunda é a utilização de um *cluster* (uma espécie de conjunto integrado) de sensores de qualidade ainda menor para realizar o papel de um “quinto sensor”.

Uma elucidação que se faz necessária é o que seria “um sensor com qualidade inferior aos principais”. Desta forma, seguem as seguintes definições que serão usadas ao longo do texto:

- **Sensores Principais:** São os principais sensores do sistema de navegação inercial. Isto é, são aqueles que possuem qualidade para atender os requisitos nominais da navegação. *A priori*, possuem, entre si, a mesma qualidade.

- **Sensor Auxiliar:** É um sensor com parâmetros de qualidade, como o índice de ruído e o viés, piores do que os parâmetros dos sensores principais. Também é chamado como “sensor de qualidade inferior” ao longo do texto. No caso da solução com quatro sensores principais e um sensor auxiliar, também é chamado de “quinto sensor”.
- **Cluster:** Um conjunto de sensores, de qualidade inferior à qualidade do sensor auxiliar, que formam uma unidade de medida que faz o mesmo papel de um sensor de qualidade superior à qualidade dos seus componentes (sensores do *cluster*) individualmente.

Para o cumprimento do objetivo principal deste trabalho, dividiu-se o mesmo em objetivos menores, cujo cumprimento de todos levam ao cumprimento do objetivo principal:

1. Descrever o funcionamento do sistema, quais falhas podem ocorrer e como estas podem afetar seu desempenho.
2. Modelar o sistema matematicamente, de forma que seja possível sua simulação em ambiente computacional.
3. Avaliar a necessidade e conveniência da utilização de filtros no processamento dos dados dos sensores.
4. Desenvolver um algoritmo que seja capaz de realizar a detecção de falhas no conjunto de sensores.
5. Desenvolver um algoritmo que seja capaz de realizar a isolamento de falhas no conjunto de sensores.
6. Descrever e analisar o comportamento do sistema desenvolvido, como o mesmo varia de acordo com seus parâmetros e analisar sua aplicabilidade em um caso com dados reais.

As soluções desenvolvidas neste trabalho visam à aplicação em qualquer sistema de navegação inercial com redundância mínima, independentemente de sua aplicação. Evidentemente, a motivação inicial parte do setor aeroespacial.

1.2.1 Custo dos Sistemas de Navegação Inercial

A fim de tornar mais palpável a situação, compara-se o valor dos sistemas de navegação inercial com um veículo autônomo.

O VANT da Hermes 450, da empresa israelense Elbit, utilizado pela Força Aérea Brasileira, tem seu custo unitário na ordem de US\$ 2.000.000,00. Seu sistema de navegação inercial pode corresponder a 10% do seu custo, dependendo da qualidade dos sensores. O Reino Unido utilizou, em sua campanha no Afeganistão em 2007, girômetros à Fibra Ótica (FOG) no INS deste modelo de VANT (FLESHER *et al.*, 2011).

Já para o caso de um veículo lançador, toma-se como exemplo o Electron, da empresa Rocket Lab. O custo de lançamento deste veículo é da ordem de US\$ 6.000.000,00 (MANN, 2017). Tendo em vista a qualidade de seu sistema de navegação, é provável que o mesmo corresponda a cerca de 4% do seu custo (EOPORTAL, 2020).

Por fim, para um exemplo de míssil, toma-se o AGM-114 Hellfire, um míssil para helicópteros e VANTs. O preço unitário do míssil é um pouco maior que US\$ 100.000,00 (USA, 2016). Tendo em vista que o míssil utiliza um sistema de guiamento por meio de laser, além da navegação inercial e do GPS, é provável que o custo do seu sistema de navegação inercial seja em torno de 10% do custo total.

Assim, nota-se que o INS não é uma parcela desprezível do custo de veículos autônomos, pelo contrário, possui uma participação significativa para um único subsistema de um sistema maior. Desta forma, neste trabalho se busca propiciar uma maior confiabilidade ao INS de um veículo autônomo por meio de uma alteração no projeto base, inserindo sensores auxiliares de qualidade inferior, sem levar ao aumento de custo que a adição de um sensor de mesma qualidade que os demais levaria.

1.3 Escopo e Estrutura Básica do Sistema

É importante elucidar neste ponto o que faz parte do escopo deste trabalho e o que não faz, e como este trabalho se encaixa em um sistema de um veículo autônomo.

De maneira geral, o que é desenvolvido neste trabalho é um sistema de FDI para um conjunto de sensores inerciais. Esses sensores fazem parte de um INS. Esse INS está inserido em um veículo (corpo). É importante notar que o escopo do trabalho não é o INS, mas sim o sistema FDI a ser implementado para os conjuntos de sensores do INS. Desta forma, a navegação propriamente dita, isto é, as técnicas de navegação, não são trabalhadas nesta dissertação. Em suma, o escopo do trabalho contempla o sistema FDI a ser desenvolvido e os dados fornecidos pelos sensores.

Outro ponto importante é que o sistema FDI, *a priori*, é independente do sistema de navegação. Isso se justifica pelo fato de que um sistema FDI poderia inserir, no sistema de navegação, atrasos em seus cálculos, devido às suas necessidades de filtragem de dados, que podem exigir dados “futuros”. Em termos matemáticos, para o sistema FDI concluir

suas atividades relativas ao instante k , o mesmo pode necessitar de dados dos instantes $k + 1$ e $k + 2$, ou seja, o instante k não está no extremo da janela de filtragem. Se esse atraso fosse repassado ao sistema de navegação, esse efetuaria os cálculos com certo atraso e repassaria estimativas de posição e velocidade atrasadas para o sistema de controle, o que não é desejado. Por esse motivo, o sistema FDI não opera em série com o sistema de navegação, mas sim em paralelo.

Em termos sistêmicos, o sistema FDI tem como entradas as leituras dos sensores inerciais. Já suas saídas são enviadas ao sistema de navegação, e podem ser:

- Aviso de detecção de falha. Ou seja, um aviso se há algum sensor defeituoso ou não.
- Aviso de qual sensor falhou. Esta informação é importante para que o sistema de navegação saiba qual é o sensor que deve ser excluído dos cálculos e assim possa se reconfigurar para manter o sistema operante com os sensores restantes.

Observa-se que, como é o sistema de Navegação que faz a recuperação, o sistema do escopo deste trabalho é, a rigor, um sistema FDI, e não um sistema FDIR. Um sistema é do tipo FDIR quando ele próprio realiza todas as operações relacionadas à recuperação do sistema. É até possível dizer que o sistema é capaz de fazer uma recuperação parcial para fins de monitoramento da velocidade medida por ele, que, a priori, não é a utilizada para a navegação. Este ponto é detalhado no capítulo 3.

De forma a esclarecer o sistema em questão, a figura 1.1 ilustra a situação típica em forma diagramática. Nesta figura, o sistema FDI está destacado.

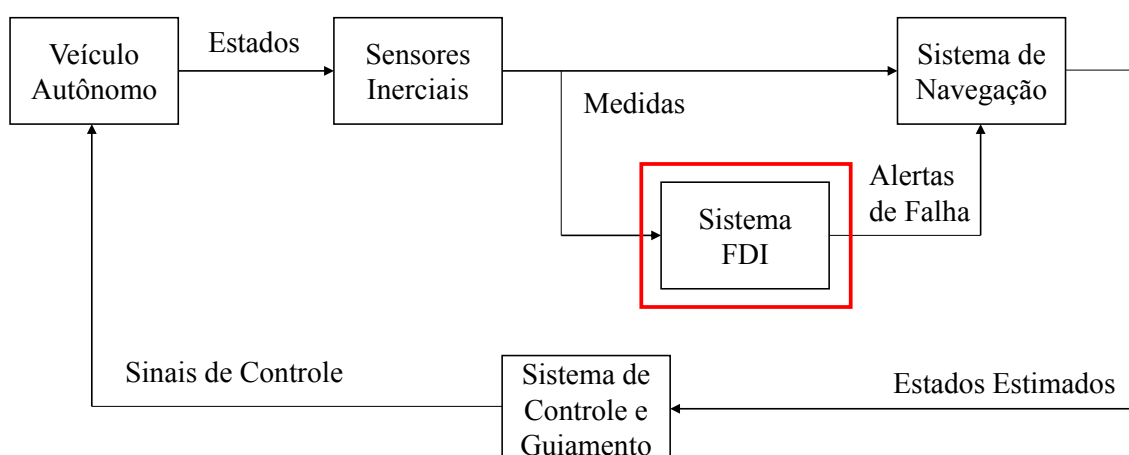


FIGURA 1.1 – Diagrama do sistema geral.

1.4 Estrutura do Texto

Esta DM está dividida em capítulos. Ao início de cada capítulo há uma breve introdução sobre o mesmo. Dentro de cada capítulo, o texto é dividido em seções e subseções, de forma a proporcionar uma melhor compreensão dos assuntos.

No capítulo 1, é feita uma introdução sobre o trabalho, apresentando o contexto, o principal problema e o objetivo do mesmo.

No capítulo 2, é feita uma revisão da literatura, na qual se discute brevemente sobre outros trabalhos em assuntos correlatos, mostrando o atual estado da arte das pesquisas neste ramo. Além disso, também é feita toda a fundamentação teórica necessária para o desenvolvimento e compreensão da dissertação.

No capítulo 3, apresenta-se a metodologia utilizada no trabalho, isto é, como a teoria apresentada no capítulo 2 é implementada para executar os estudos deste trabalho.

No capítulo 4, tem-se a implementação da metodologia propriamente dita. Neste mesmo capítulo os resultados são apresentados, avaliados e discutidos.

No capítulo 5, é feita a conclusão do trabalho, recapitulando brevemente certos aspectos relevantes e evidenciando os resultados e contribuições do mesmo, além da recomendação de estudos futuros.

2 Revisão Bibliográfica e Fundamentação Teórica

Este capítulo está dividido em duas grandes partes. Na primeira seção, apresentam-se os principais trabalhos em assuntos correlatos com o desta dissertação, a fim de apresentar o estado da arte nesta área. Tendo em vista que esta dissertação trata de FDI em um sistema de navegação inercial e que navegação inercial é um tema consideravelmente sensível, não há muitos trabalhos disponíveis e/ou publicados sobre este assunto. Tal fato faz com que seja difícil saber qual é exatamente o estado da arte, uma vez que pode haver (e provavelmente há) documentos com acesso restrito ou sigiloso. Desta forma, também foram observados trabalhos de FDIR em outras áreas. Por fim, é apresentada uma tabela comparativa entre os diferentes trabalhos citados e esta dissertação.

Já nas demais seções, é feita a fundamentação de toda a teoria necessária para a compreensão do resto desta dissertação. A teoria apresentada é usada para desenvolver e justificar a metodologia utilizada para solucionar o problema em questão, que é exposta no capítulo seguinte. Os tópicos a serem desenvolvidos estão divididos em seções. Primeiro são apresentados conceitos de FDIR e confiabilidade. Em seguida, é feita a fundamentação do modelo de sensores utilizado no resto do trabalho. Também é feito o estudo das medidas dos sensores levando em consideração a geometria do bloco de sensores. Em seguida, são apresentados os filtros utilizados no trabalho e os métodos utilizados na operação conjunta de sensores (a “*clusterização*”). As principais referências (não únicas) da fundamentação teórica foram: Sturza (1988), Isermann (2006), Markley e Crassidis (2014), Oliveira (2011), Russeaw (1990), Stark e Woods (2002), Stark e Woods (2012) e Bittner *et al.* (2014).

2.1 Revisão Bibliográfica

2.1.1 Trabalhos de FDIR em Sistemas de Navegação

O artigo de Pejisa (1973) estuda configurações geométricas dos sensores e tem como foco a minimização nos erros da estimação para melhorar a acurácia do sistema. Ainda assim, o autor aborda de maneira tangencial o tema de detecção e isolamento de falhas, mas não desenvolve este tema em seu artigo.

O trabalho de Sturza (1988), apesar de ter mais de 30 anos, é uma das principais referências utilizadas para esta dissertação. Nesse trabalho, o autor faz uma análise sucinta de diferentes configurações geométricas para os eixos dos sensores de um sistema de navegação. Basicamente, o autor analisa dois critérios: o desempenho de estimação dos estados e o desempenho para detecção de falhas. A qualidade da estimação de estados é feita por meio do critério GDOP (Diluição Geométrica de Precisão), que depende unicamente da geometria dos sensores. Já a detecção de falhas é feita por meio de um Teste de Hipóteses, que utilizam como base o Vetor de Paridade. Também se analisa as taxas de falsos alarmes e de detecções perdidas. O trabalho não aborda a isolamento de falhas, apenas afirma que, para realizar a isolamento da falha, é necessário, pelo menos, 2 sensores redundantes, ou seja, um total de 5 sensores.

O trabalho de Sukkarieh *et al.* (2000) apresenta o desenvolvimento de uma unidade inercial de baixo custo com redundância mínima. A unidade desenvolvida possui 4 girômetros e 4 acelerômetros e possui capacidade de detecção de falhas, porém, não possui capacidade de isolar o sensor defeituoso. Além disso, o artigo explora a navegação inercial auxiliada por um GNSS. Por fim, o sistema é testado e verificado em sistemas reais.

A tese de doutorado de Oliveira (2011) trata de um estudo de detecção e isolamento de falhas em um sistema de girômetros com redundância mínima, ou seja, com 4 sensores. Sendo assim, o problema é muito semelhante com o desta dissertação. A principal diferença entre os trabalhos é que, enquanto esta dissertação visa a solucionar o problema para qualquer tipo de falha, a tese de doutorado de Oliveira implementou a isolamento de falha apenas para falhas que causavam uma variação abrupta no sinal, não contemplando os casos de falhas que se propagam de maneira lenta e suave. Ainda assim, este é o trabalho cujo conteúdo e escopo mais se assemelham ao desta DM. Para solucionar o problema, o autor utilizou técnicas avançadas de processamento de sinais, como Transformada *Wavelet*, que permite uma análise simultânea no domínio do tempo e da frequência de um sinal. Outros Algoritmos de Variações Abruptas, Decomposição em Valores Singulares e Análise de Componentes Principais estão entre outras técnicas utilizadas no trabalho. A tese, assim como esta DM, foi feita visando a uma implementação independente de modelo dinâmico do veículo, sendo um trabalho adaptável a diferentes missões e veícu-

los. Além da tese de doutorado, o autor fez outros dois estudos em assuntos correlatos ao da tese. No primeiro, Oliveira *et al.* (2012) utiliza o método da soma cumulativa χ^2 ($\chi^2 - CUSUM$) para realizar a detecção de falhas em uma IMU. No segundo, Oliveira *et al.* (2013) já realiza a detecção e a isolação utilizando o método $\chi^2 - CUSUM$ e a Teoria de *Wavelets* por meio de *Wavelets Packages*.

O artigo de Pontuschka e Fonseca (2014) foca em discutir abordagens para a implementação de um sistema FDIR em um sistema de controle de atitude de um satélite. O trabalho toma como caso um sistema de 4 girômetros em configuração tetraédrica e foca nos processos de filtragem de dados dos sensores. O desenvolvimento de fato dos algoritmos de FDIR não é explicitado no artigo. Por fim, nesse trabalho é considerado o modelo dinâmico do sistema, diferentemente desta dissertação.

Bittner *et al.* (2014) apresenta um estudo de FDIR para um *cluster* de IMU's do tipo MEMS. Como citado pelo autor, sensores MEMS são mais baratos, leves, menores e demandam menos energia do que sensores de classe tática, porém a qualidade é consideravelmente pior. Por isso, a opção de trabalhar com um *cluster* de IMU's MEMS (de 15 ou mais unidades) foi explorada. Nesse artigo, o autor utiliza o método dos k vizinhos mais próximos. Esse método realiza simultaneamente a detecção e a isolação de um sensor defeituoso, além de ser um método capaz de ser utilizado em tempo real. O método consiste, essencialmente, em comparar as medidas dos sensores entre si, verificando se um sensor possui, pelo menos, k outros sensores com medidas "próximas". Duas medidas são ditas "próximas" entre si quando a diferença entre ambas é menor do que uma tolerância ρ . Caso o sensor não se encontre nesta condição (de possuir k medidas próximas), ele é considerado defeituoso, e suas medidas são ignoradas. Um aspecto negativo deste método, segundo o autor, é que o mesmo não funciona bem para uma quantidade pequena de sensores, como 3 ou 4 sensores. Assim, embora não exista um número mínimo fechado para se considerar um "bom funcionamento", pode-se dizer que mais de 10 sensores já permite um "bom funcionamento" do método.

O artigo de Huang e Su (2015) trata de um sistema de FDIR em um veículo automotivo autônomo, sendo um trabalho diferente dos demais citados neste capítulo. Nesse trabalho, o autor considera um sistema onde o veículo autônomo se desloca em uma superfície plana, ou seja, é um problema bidimensional. Os sensores considerados são: o receptor GPS, dois acelerômetros (um em cada eixo do veículo), um girômetro (para medir a guinada do veículo) e quatro odômetros (sensores de velocidade das rodas), um em cada roda. Por meio de Filtros de Kalman Estendidos (FKE), considerando o modelo dinâmico do veículo e com as medidas dos oito sensores, o autor apresenta um método de FDIR onde são utilizados oito FKE, no qual o i -ésimo FKE não considera o i -ésimo sensor. São analisados os resíduos dos FKE e comparados a um limite. Se o i -ésimo sensor falhar, todos os FKE apresentarão um valor maior dos resíduos, com exceção do i -ésimo filtro.

Dessa forma, é possível isolar a falha ocorrida no sistema.

No trabalho de Carvajal-Godinez *et al.* (2017) o autor apresenta uma abordagem baseada em agente para solucionar o problema de detecção, isolamento e recuperação de falhas para um sistema de navegação de pequenos satélites que utilizam 4 girômetros. Diferente desta dissertação, o artigo se apoia no modelo dinâmico do veículo, além de considerar um tipo específico de falha, no caso, a deriva no viés de um sensor. Utilizando o modelo dinâmico, o método do autor consiste em, essencialmente, comparar as medidas cruas dos estados com as estimativas do mesmo (por meio do modelo dinâmico). Caso as diferenças entre as medidas e as estimativas, chamadas de resíduos, forem maiores que uma tolerância, então o sistema acusa uma falha. A comparação é feita por um teste de hipóteses. A isolamento e a recuperação são feitas por meio de Análise de Componentes Independentes.

O *paper* de Wen *et al.* (2017) propõe um esquema de isolamento de falhas em um sistema de navegação integrado entre um INS e GPS. A solução proposta pelo autor consiste em um esquema hierarquizado de diagnose de falhas. Em uma primeira etapa, os dados coletados pelos sensores inerciais e pelo GPS são processados em um FKE, do qual é extraído um resíduo e esse, por sua vez, é submetido a um teste de hipóteses χ^2 . Caso esse teste acuse a presença de falha, o sistema passa a análise para a próxima etapa, onde dois FKE são aplicados em paralelo. Um apenas para os sensores inerciais e outro apenas para o GPS. Uma análise semelhante é feita, por meio de testes de hipóteses. Caso o primeiro teste (com os resíduos do filtro dos sensores inerciais) acuse uma falha, conclui-se que a falha está no INS. Caso o outro teste acuse uma falha, então a falha está no sistema GPS. Por fim, definido o sistema defeituoso, busca-se encontrar o componente com defeito, utilizando uma análise baseada em verossimilhança, chamada GLR (*Generalized Likelihood Ratio*). O fato deste trabalho utilizar duas fontes de medidas diferentes, isto é, INS e GPS, faz com que a natureza do problema abordado seja significativamente diferente do problema desta DM.

O trabalho de Nasrolah e Abdollahi (2018) aborda um problema de detecção e recuperação de falhas em um sistema de controle de atitude de um satélite, que possui sensores de atitude (como sensores solares, sensores de estrelas ou sensores de infravermelho da Terra) e girômetros. Enquanto os sensores de atitude fornecem diretamente a atitude do satélite, os girômetros fornecem a velocidade angular, a qual está diretamente relacionada com a derivada temporal da atitude do satélite. Outra característica do problema abordado, é que o satélite deve permanecer em baixa velocidade angular com uma atitude determinada, caso típico de uma missão onde o satélite necessita realizar um apontamento de um determinado alvo na Terra. Neste trabalho, o autor soluciona um problema de falha em um dos sensores sem passar pela etapa de isolamento, pulando da detecção para a recuperação. Em linhas gerais, o autor utiliza um observador não linear e um cálculo de

resíduos (diferença entre a medida dos sensores e os estados estimados pelo modelo) para detectar a falha. Com a falha detectada, é somada uma parcela ao controle proporcional-derivativo e os ganhos de controle são alterados de forma a compensar os erros do sensor defeituoso, mantendo o controle do satélite e sua estabilidade na posição desejada. Esse *paper* se diferencia desta DM pelo fato de que o satélite utiliza sensores que não são de natureza inercial, além do fato de que o satélite busca uma velocidade angular quase nula e uma determinada atitude desejada.

2.1.2 Trabalhos de FDIR em Outras Áreas

Ormston *et al.* (2010) apresenta um trabalho diferente dos demais. O autor propõe uma nova abordagem para ser utilizada como uma etapa “Pré-FDIR” na qual seria feito um *reset* no componente defeituoso, pois, segundo o autor, muitas vezes a falha de um componente é transiente, não necessitando uma reconfiguração completa seguida de um esquecimento definitivo do componente. Por vezes, o componente pode ser recuperado por meio de um *reset* que pode ser a reinicialização de um *software*, desligar e ligar um *hardware* ou ainda a aplicação de um ciclo de energia no componente. Esse método foi aplicado em alguns sistemas da *Mars Express* da ESA (Agência Espacial Europeia), entre eles, o sistema de controle de órbita e atitude (AOCS), energia e de telemetria, rastreo e comando (TT&C). Embora o foco não seja o sistema FDIR, o artigo mostra uma abordagem alternativa para ser utilizada antes do sistema FDIR.

No trabalho de SalarKaleji e Dayyani (2013) o autor apresenta uma pesquisa sobre um módulo FDIR para *software* de bordo de um satélite, mostrando os principais conceitos, requisitos e estrutura que um módulo FDIR para o sistema de *software* de bordo deve seguir, de forma a orientar o desenvolvimento de um sistema FDIR deste tipo. O trabalho atenta para o Modo de Segurança de um satélite e como este modo deve ser acionado. Além disso, o autor enfatiza a divisão em níveis onde o sistema FDIR deve atuar, o que é importante no sentido de compreender o escopo de trabalho e influência do sistema.

Na dissertação de mestrado de Araújo (2015), foi feito um estudo de detecção e isolamento de falhas para uma bancada de testes de um motor foguete líquido, no caso, o L75 do IAE. Nessa dissertação, o autor soluciona o problema por meio de um Teste de Hipóteses que utiliza, como principais parâmetros, os resíduos de um Filtro de Kalman. No trabalho é feita a modelagem do sistema e dos sensores, de forma que o trabalho seja adaptável para outros sistemas com capacidade de modelagem semelhante, o que não é o caso desta DM. A isolamento feita para o sistema de teste de motor foguete é parcial e visa, apenas, a isolar a falha em “falha de sensor” ou “falha no sistema”. No caso da falha no sensor, é feita a isolamento do sensor defeituoso, já no caso de falha do sistema o teste é desligado. No caso em que o sensor defeituoso é isolado, o mesmo entra em uma espécie de quarentena, onde

é reavaliado para saber se há condições de retorná-lo à operação, pois a falha pode ter sido pontual ou temporária.

No documento da NASA (2000), é feita uma discussão sobre técnicas básicas de FDIR, considerando desde inspeção humana até *built-in-test*. O documento não aborda o desenvolvimento de um sistema específico, discutindo apenas conceitos de técnicas básicas.

2.1.3 Tabela Comparativa

Ao longo das pesquisas, não foi identificado nenhum trabalho que realizasse o mesmo estudo que este. Sendo assim, esta DM é, provavelmente, uma contribuição inédita para os trabalhos relacionados ao Programa Espacial Brasileiro e estudos em FDI/FDIR.

De maneira geral, esta dissertação se diferencia dos demais trabalhos, pois visa a contribuir para solucionar o problema de isolamento de falhas em um sistema de navegação inercial puro com redundância mínima, para qualquer tipo de falha e em qualquer tipo de missão, independentemente do modelo dinâmico do veículo, com um custo substancialmente menor do que o custo de um sensor adicional de mesma qualidade que os 4 sensores principais. Como o trabalho desenvolvido nesta DM independe de um modelo dinâmico do veículo e do tipo de missão, o sistema FDI deste trabalho pode ser visto como um módulo multimissão.

Por fim, é apresentada uma tabela comparativa (tabela 2.1) entre os trabalhos correlatos da área e esta presente dissertação, com principal finalidade de facilitar uma comparação entre os assuntos, tópicos, abordagens e focos de cada trabalho. Na tabela, os assuntos abordados por um dado trabalho são marcados por um “X”. Em alguns casos, os assuntos foram abordados de forma parcial. Ainda sobre a tabela 2.1, os trabalhos de 1 a 10 são de FDI/FDIR em Navegação. Os trabalhos de 11 a 13 tratam de FDIR com outro enfoque. Dentro desses dois grandes grupos, os trabalhos são listados em ordem cronológica. Por fim, o último trabalho da tabela é esta DM.

2.2 Conceitos de FDI/FDIR e Confiabilidade

2.2.1 Conceitos Básicos e Terminologia

Antes de proceder nesta dissertação, é importante compreender conceitos básicos de Gerenciamento de Falhas (*Fault Management*) e a terminologia utilizada. Os trabalhos em Gerenciamento de Falhas estão presentes em diversas áreas da engenharia, o que dificulta a existência de uma terminologia única. Nesta dissertação, a mesma terminologia utilizada no livro de Isermann (2006) e na tese de Oliveira (2011) é utilizada.

Como esta dissertação trata de um sistema de navegação que, em tese, faz parte de um veículo autônomo, é salutar que esse sistema seja capaz de realizar uma espécie de autodiagnóstico e, em caso de falha, uma autocorreção. Ou seja, há o conceito de um sistema autônomo que seja capaz de perceber se está em condições plenas ou não e, caso não esteja, que seja capaz de se recuperar desta falha.

Evidentemente, um sistema autônomo precisa de uma supervisão, que pode ser feita por um operador humano, um sistema externo ou pelo próprio sistema. A supervisão de um sistema é importante para garantir que o mesmo está operando da maneira prevista, sem colocar em risco equipamentos ou pessoas. Um exemplo de supervisão é o caso em que um avião está em piloto automático e mesmo assim os pilotos humanos permanecem atentos ao estado da aeronave. A supervisão pode ser definida da seguinte forma:

Supervisão: Ação de rastrear e apresentar o presente estado de um dado processo ou sistema, indicando o caso em que ocorram estados indesejados ou proibidos e tomando ações para evitar ou minimizar acidentes.

Ou seja, a supervisão engloba as capacidades de conseguir medir e rastrear grandezas do sistema; perceber um estado de anormalidade; e tomar uma medida que corrija total ou parcialmente o sistema.

Analisado a primeira capacidade citada, pode-se dizer que o sistema precisa ser monitorado. O monitoramento de um sistema pode ser definido como:

Monitoramento: Ação de medir variáveis e compará-las com um determinado padrão ou tolerância e, em caso de discordância, alertar o operador ou outro subsistema.

Nota-se que a atividade de monitoramento de um sistema está intimamente ligada com a capacidade de perceber a existência de uma falha no sistema, uma vez que uma falha causa alterações em variáveis e parâmetros do sistema. O termo falha é definido como:

Falha: Um desvio não permitido de um ou mais parâmetros ou propriedades do sistema que retira o mesmo de sua operação ou segurança padrão.

De maneira simples, pode-se entender que a capacidade de perceber a existência de

uma falha é a capacidade de detectar uma falha no sistema. Assim, define-se:

Detecção (de uma falha): Ação de perceber e notificar a existência de uma falha no sistema.

Após detectar uma falha, para que o sistema seja capaz de realizar uma ação corretiva, é fundamental que se saiba onde ocorreu a falha, isto é, em qual componente ocorreu a falha. Esta atividade corresponde a tarefa de isolamento da falha:

Isolação (de uma falha): A ação de identificar o elemento ou componente que está em falha.

A etapa de isolação de uma falha é muitas vezes difícil, uma vez que o surgimento de uma falha em um componente pode acarretar alterações em vários outros componentes. Além disso, diferentes modos de falhas podem se propagar de diferentes formas no sistema. Vale observar que a isolação da falha não engloba a atividade de identificar o tipo e a magnitude da falha, que é a identificação de uma falha.

Identificação (de uma falha): Ação de identificar o tipo e a magnitude da falha.

Em certos casos, a identificação não é necessária para que uma medida corretiva seja tomada, principalmente se o sistema possuir redundâncias. Neste caso, basta isolar e/ou ignorar as atividades do componente defeituoso e continuar a operação com os componentes redundantes. Por fim, é importante definir a recuperação de uma falha:

Recuperação (de uma falha): Ação de retornar o sistema à sua capacidade operacional anterior à falha. A recuperação pode ser total (sem perda de desempenho) ou parcial (com perda de desempenho).

Assim, é possível notar a sequência de atividades de um subsistema FDIR. Ao surgir uma **falha** no sistema geral, o subsistema deve ser capaz de realizar a **detecção** da falha, para em seguida conseguir **isolá-la**. Por fim, com a falha isolada e o componente defeituoso identificado, o subsistema precisa **recuperar** o sistema geral da sua falha.

No caso do presente problema, o sistema analisado corresponde aos conjuntos de giroímetros e de acelerômetros da IMU. Como o problema envolve um sistema de navegação multimissão, ou seja, sem medidas ou modelo de referência, os únicos dados disponíveis e conhecidos são as próprias medidas dos sensores. Partindo delas, precisa-se realizar as etapas de FDI. Como neste trabalho se considera que a recuperação é feita no sistema de navegação, que está fora do escopo do trabalho, o sistema desenvolvido neste trabalho é FDI.

Em caso de falha de um sensor, o sistema FDI deve ser capaz de detectar a existência dela e, em seguida, isolá-la, identificando o sensor defeituoso. Com isso, o sistema FDI deve alertar ao sistema de navegação qual sensor falhou e deve ser ignorado nos cálculos.

No caso de um sistema de navegação inercial, a falha de um sensor, muito provavelmente, pode levar o sistema a um estado de pane. O estado de pane é definido como:

Pane: Estado em que o sistema se encontra em incapacidade operacional.

Em termos gerais, uma falha nem sempre leva a uma pane. A falha pode levar o sistema a um estado de capacidade operacional parcial ou degradado, que é o mal funcionamento. Por exemplo: um carro com um pneu furado encontra-se em mal funcionamento, pois o carro pode se deslocar, porém, com significativas limitações de velocidade e manobrabilidade, além do fato de que esta operação forçada danifica outras partes do carro.

Mal Funcionamento: Perda parcial da capacidade operacional do sistema. Muitas vezes, a operação neste estado aumenta os danos no sistema.

No caso de um INS, o mal funcionamento pouco se aplica, exceto em missões com grandes tolerâncias de erros. O mal funcionamento não deve ser confundido com um estado operacional degradado que é atingido após a recuperação. Por exemplo, no caso de um sistema de navegação com redundância, ao isolar um sensor defeituoso, os demais podem assumir a missão. Neste caso, a qualidade das medidas será reduzida, uma vez que há menos sensores, porém, não se trata de um estado de Mal Funcionamento, uma vez que a capacidade operacional do sistema continua plena, cumprindo seus requisitos.

Por fim, alguns outros conceitos devem ser apresentados antes de prosseguir:

Sintoma: Mudança em propriedades ou parâmetros observados do sistema que diferem de seu comportamento usual.

Quando uma falha surge no sistema, a mesma se propaga até se manifestar de alguma forma para o supervisor. A forma com que uma falha se manifesta é chamada de sintoma. Por exemplo: em um INS, o principal sintoma é o desvio completo da trajetória prevista.

Erro: Diferença entre o valor medido ou calculado de um parâmetro ou variável e o seu valor verdadeiro, exato ou nominal.

As causas dos erros são diversas e o erro não implica em uma falha. Por exemplo: o ruído de um sensor é uma fonte de erro, todavia, o ruído não é uma falha do sistema. Porém, grandes erros ou erros sistemáticos podem ser indicativos de falhas.

Diagnosticar (uma falha): Determinar todas as informações de identificação da falha, além de seu monitoramento temporal.

O diagnóstico de uma falha é o resultado mais completo que se pode obter de uma análise de falha. Muitas vezes, não é necessário, como no caso desta dissertação.

Redundância: Presença de um ou mais componentes, elementos, partes ou subsistemas além do necessário à operação de um dado sistema ou execução de uma dada tarefa.

Com estes conceitos, utilizados ao longo do texto, a compreensão de um estudo FDIR

fica mais facilitada.

2.2.2 Confiabilidade

Outro conceito muito importante ao fazer uma análise de falhas de um sistema é a Confiabilidade. Segundo O'Connor e Kleyner (2012), a Confiabilidade pode ser definida como a probabilidade de um item/sistema falhar sob determinadas condições em determinado intervalo de tempo. A confiabilidade de um sistema espacial é muito importante, tendo em vista que esses, muitas vezes, são irreparáveis, como um satélite no espaço, ou o fato de que uma falha pode ser catastrófica, como a perda de um veículo lançador.

A confiabilidade de um sistema pode ser estimada pela confiabilidade de seus componentes, se estas forem conhecidas, e é um parâmetro de projeto que depende da qualidade dos materiais e subcomponentes, do método de manufatura, do tempo e das condições de operação. Um modelo comum para analisar a confiabilidade de componentes eletromecânicos e eletrônicos é considerar que a função de densidade de probabilidade de falha do componente é dada por uma distribuição exponencial, com taxa de falha λ (ISERMANN, 2006) (O'CONNOR; KLEYNER, 2012). Matematicamente, este modelo conclui que a confiabilidade R de um componente é dada, em função do tempo t , por:

$$R(t) = e^{-\lambda t} \quad (2.1)$$

Ou seja, $R(t)$ representa a probabilidade de um componente funcionar corretamente por um tempo t , dada uma taxa de falha λ . Evidentemente, a probabilidade de falha do componente, denotada por Q , é dada por:

$$Q(t) = 1 - R(t) = 1 - e^{-\lambda t} \quad (2.2)$$

A taxa de falha λ é dada pelo inverso do tempo médio para falhar (MTTF, acrônimo em inglês). Ou seja:

$$\lambda = t_{MTTF}^{-1} \quad (2.3)$$

O modelo supracitado parte de uma premissa que é importante ser descrita, que é o fato de considerar que a taxa de falha é constante ao longo do tempo. Esta premissa é muitas vezes razoável, pois a maioria dos componentes eletromecânicos e eletrônicos possuem suas taxas de falhas constantes na maior parte de sua vida. A taxa de falha desses componentes é, em geral, maior no início das operações e após um longo período de operação, enquanto permanece constante (e em um nível menor) na maior parte in-

termediária. A taxa de falhas mais alta no início das operações representam uma maior chance de “mortalidade infantil” do componente. Ou seja, aqueles componentes que já vieram com alguma imperfeição ou fragilidade tendem a falhar nos primeiros momentos de operação. Já o aumento da taxa de falha após um longo tempo de operação está associado com o desgaste de itens. Este comportamento da taxa de falha compõe a típica “curva da banheira”, ilustrada na figura 2.1:

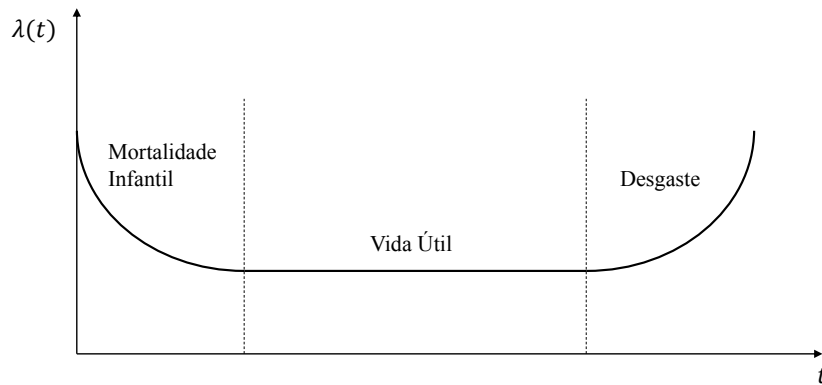


FIGURA 2.1 – Curva da Banheira típica.

Ou seja, tendo em vista que os sensores de voo de um sistema aeroespacial (que é o caso desta DM) são previamente testados, é razoável considerar que a taxa de falha é constante ao longo da operação.

Conhecendo a confiabilidade de cada componente, é possível estimar a confiabilidade do sistema como um todo. Uma forma muito utilizada para calcular a confiabilidade de um sistema é montar um diagrama de blocos, onde cada bloco corresponde a um componente ou subsistema. Os blocos podem estar em série ou em paralelo. Componentes em série representam elementos tais que se um destes falhar todo o sistema falha (assim como em um circuito elétrico em série). Já os componentes em paralelo representam redundâncias, onde a falha de um componente não leva o sistema todo à falha.

A confiabilidade de elementos em série é dada pelo produto das duas confiabilidades, isto porque, para o sistema funcionar corretamente, todos os elementos devem estar funcionais. Por exemplo, no caso da figura 2.2 a confiabilidade é dada pela equação 2.4:

$$R(t) = R_A(t) \cdot R_B(t) \quad (2.4)$$

Para um número m de sensores, a confiabilidade pode ser calculada por:

$$R_{ser}(t) = \prod_{k=1}^m R_k(t) \quad (2.5)$$



FIGURA 2.2 – Componentes em Série.

Já para calcular a confiabilidade de um conjunto de componentes em paralelo, deve-se subtrair da unidade o produto das chances de falhas de todos os componentes. Isto porque em um sistema em paralelo o sistema só falhará se todos os elementos falharem. Ou seja, para o caso de dois componentes na figura 2.3, a confiabilidade é dada por:

$$R(t) = 1 - Q_A(t) \cdot Q_B(t) = 1 - (1 - R_A(t)) \cdot (1 - R_B(t))$$

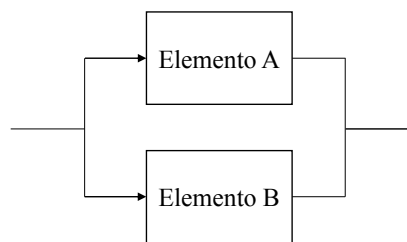


FIGURA 2.3 – Componentes em paralelo.

Para o caso de um número m de sensores, a confiabilidade pode ser calculada por:

$$R_{par}(t) = 1 - \prod_{k=1}^m (1 - R_k(t)) = 1 - \prod_{k=1}^m Q_k(t) \quad (2.6)$$

Muitos sistemas podem ser modelados com o arranjo de componentes e subsistemas em série ou paralelo. Mas em alguns casos isso não é possível. Por exemplo, em certos sistemas com redundância, é necessário que m de n componentes redundantes estejam funcionando para que o sistema opere. Por exemplo, uma determinada construção pode ter 10 colunas sustentadoras, mas o seu projeto prevê que são necessárias apenas 7 colunas.

Neste caso, considerando que todos os elementos são iguais (isso é muitas vezes verdade em sistemas com este tipo de redundância), tem-se que a confiabilidade deste tipo de sistema pode ser calculada por:

$$R_{mden}(t) = 1 - \sum_{k=0}^{m-1} \binom{n}{k} R(t)^k \cdot (1 - R(t))^{n-k} \quad (2.7)$$

Com esses conceitos, pode-se fazer uma análise mais consistente. Mais detalhes sobre confiabilidade podem ser encontrados no livro de O'Connor e Kleyner (2012).

2.2.3 Modos de Falha

Em uma análise de falhas, é muito importante conhecer os modos de falha do sistema em questão. Nem sempre é possível conhecer todos os modos de falha de um sistema, afinal, sempre pode haver um novo tipo de falha ainda não conhecido. Todavia, em sistemas com grande histórico de uso, é possível conhecer os principais tipos de falhas.

Conhecer os modos de falha pode facilitar o processo de detecção e isolamento da falha. Por exemplo, um determinado modo de falha particular pode ser facilmente percebido, como o congelamento das medidas, enquanto outro modo pode ser de mais difícil percepção, como uma falha do tipo rampa, na qual o viés do sensor é alterado gradualmente.

Nos trabalhos de Oliveira (2011) e Pontuschka e Fonseca (2014), citam-se os principais modos de falha observados para girômetros. Como nesta dissertação o interesse está no sinal dos sensores, estes modos de falha são analisados apenas em termos dos seus sinais. Ou seja, não há a preocupação de saber que mecanismo interno causou determinado tipo de falha, pois, afinal, o sistema FDI desta DM é feito visando a ser um módulo multimissão. Assim, os efeitos das falhas nos sinais dos sensores são o foco da análise. Além disso, ao observar apenas os sinais, tal análise se torna mais geral para qualquer tipo de sensor (girômetros e acelerômetros).

Os principais modos de falha observados são:

- Degrau (*Step*)
- Rampa (*Ramp*)
- Valor Constante (*Stuck*)
- Cíclica (*Cyclic*)
- Errática (*Erratic*)
- Pico/Impulso (*Spike*)
- Valor Constante com Alteração na Variância

Além das falhas citadas, sensores inerciais podem sofrer de saturação em suas medidas. A saturação não é uma falha do sistema, mas sim um erro de projeto ou uma consequência de uma imprevisibilidade na operação, e ocorre quando o sensor é colocado em uma condição de operação que vai além da sua capacidade (em termos de magnitude da variável

medida). A saturação de um sensor inercial leva o sistema de navegação inercial a uma falha completa, uma vez que o INS estima a posição, velocidade e orientação do veículo por meio da integração de equações diferenciais. Assim, erros causados pela saturação do sensor são integrados sistematicamente, aumentando rapidamente o erro nas estimativas. Por isso, em um INS, é mandatório que os sensores não entrem em estado de saturação.

É importante deixar claro que o ruído do sensor, em índices normais, não corresponde a uma falha, uma vez que o mesmo faz parte da natureza do sensor e, em um projeto de um sistema, o índice de ruído do sensor é escolhido para satisfazer os requisitos da missão.

Todas as falhas citadas anteriormente podem ser modeladas matematicamente, o que faz com que as mesmas possam ser analisadas em simulações do conjunto de sensores. As falhas são apresentadas a seguir com imagens, feitas em simulações computacionais, e uma breve explicação de seus modelos. Nas figuras, foram simuladas medidas de girômetros, mas as propriedades como ruído, viés e taxa de amostragem (100 Hz) não correspondem, necessariamente, a nenhum modelo específico de girômetros, ou seja, as figuras são ilustrativas. O modelo de sensores é descrito em mais detalhes na seção 2.3.

2.2.3.1 Degrau

A falha degrau consiste na alteração repentina do viés do sensor. Pode ser modelada matematicamente pela soma de um valor constante no sinal do sensor. Sua característica abrupta, faz com seja uma falha de fácil detecção, dependendo da sua magnitude. A imagem 2.4 ilustra a situação.

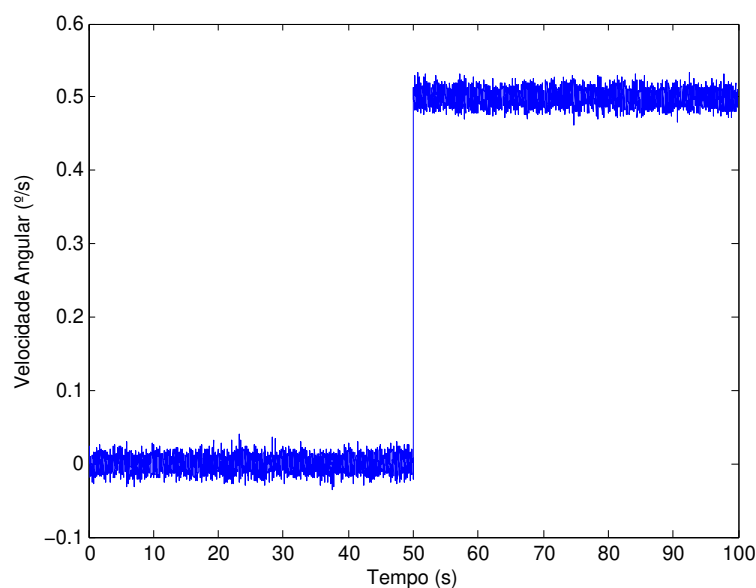


FIGURA 2.4 – Falha do tipo degrau ocorrendo no instante $t_f = 50$ s. Magnitude da falha de $0,5$ $^{\circ}/s$ e desvio padrão do ruído $\sigma = 0,01$ $^{\circ}/s$

2.2.3.2 Rampa

A falha rampa consiste na alteração gradual (aproximadamente linear) do viés do sensor. A sua modelagem matemática pode ser feita pela soma de uma parcela cujo valor aumenta gradativamente no sinal do sensor. Sua natureza “suave” faz com que seja uma falha de difícil detecção. A falha rampa é ilustrada na figura 2.5.

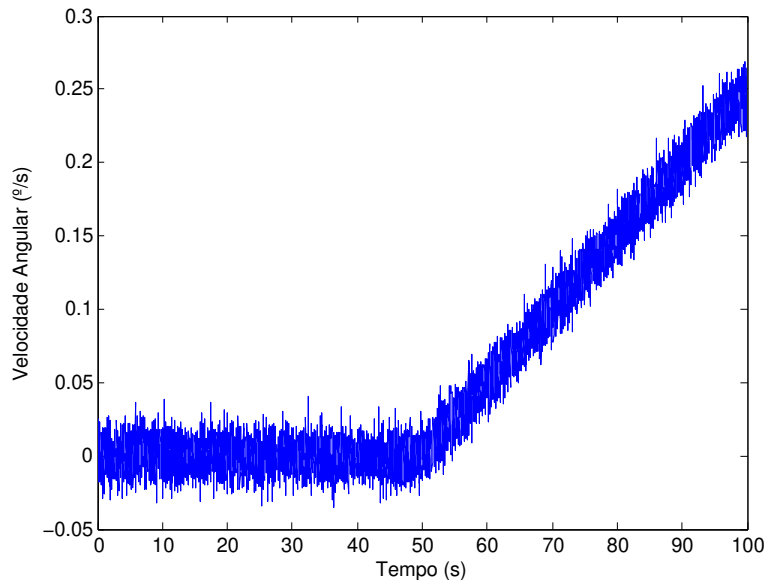


FIGURA 2.5 – Falha do tipo rampa ocorrendo no instante $t_f = 50$ s. Magnitude da inclinação de $0,005$ $^{\circ}/s^2$ e desvio padrão do ruído $\sigma = 0,01$ $^{\circ}/s$

2.2.3.3 Valor Constante

A falha de valor constante consiste no travamento da leitura do sensor em um valor. Pode significar o desligamento do sensor ou travamento de algum sistema interno do mesmo. É uma falha de fácil detecção, uma vez que possui um comportamento bem particular. Seu modelo matemático é simples, sendo a substituição do sinal por um valor constante. Um exemplo pode ser visto na figura 2.6.

2.2.3.4 Cíclica

A falha cíclica consiste na sobreposição de senoides e cossenoides bem definidas no sinal do sensor. Devido a sua natureza, a falha possui média nula, porém, pode impossibilitar o uso do sensor, dependendo da magnitude dos harmônicos. Seu modelo matemático é imediato de sua definição. A falha é ilustrada na figura 2.7.

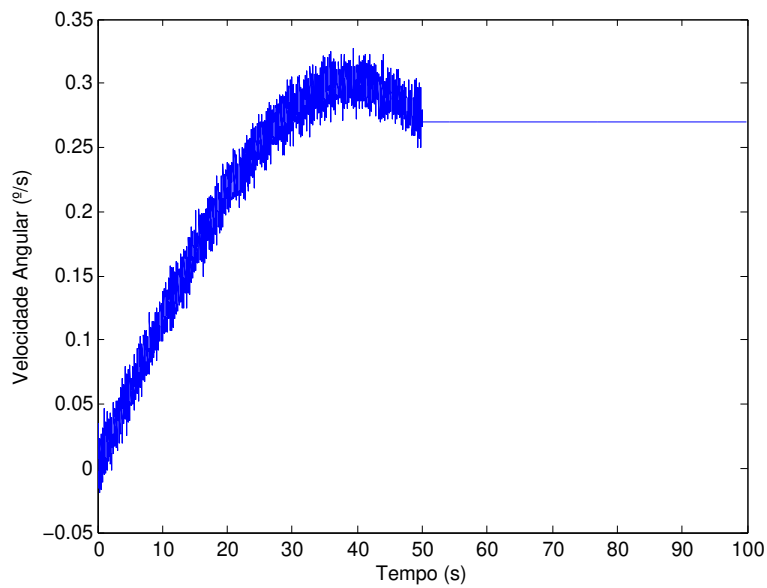


FIGURA 2.6 – Falha do tipo valor constante ocorrendo no instante $t_f = 50$ s. O valor foi travado no último valor anterior a falha, e desvio padrão do ruído $\sigma = 0,01$ °/s. Sinal original é uma senoide de amplitude $0,3$ °.

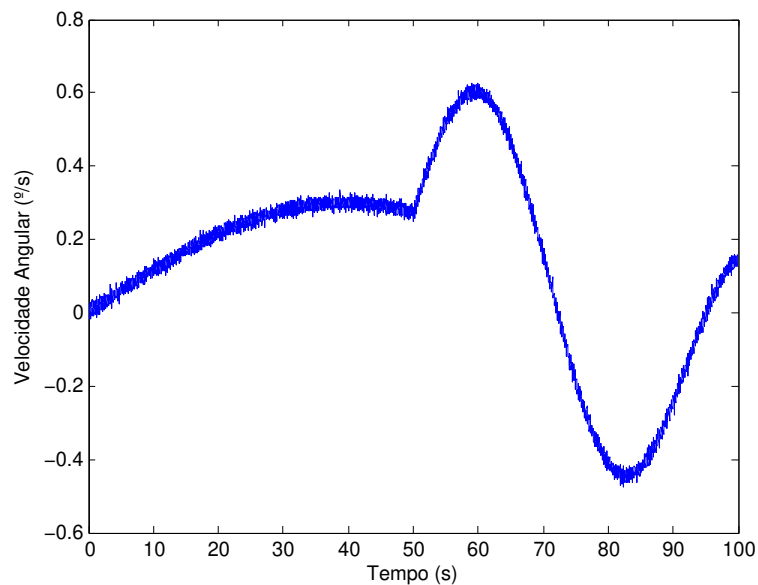


FIGURA 2.7 – Falha do tipo cíclica ocorrendo no instante $t_f = 50$ s. Desvio padrão do ruído $\sigma = 0,01$ °/s. Sinal original é uma senoide de amplitude $0,3$ °. A falha é composta por uma senoide de amplitude $0,3$ °/s com frequência $3,75$ vezes a do sinal original.

2.2.3.5 Errática

A falha errática consiste na sobreposição de um ruído com grande espectro de frequências, porém, não é um ruído branco. É uma falha que provavelmente leva o sensor a inoperância. Seu modelo matemático também é imediato de sua definição. A figura 2.8

ilustra a situação.

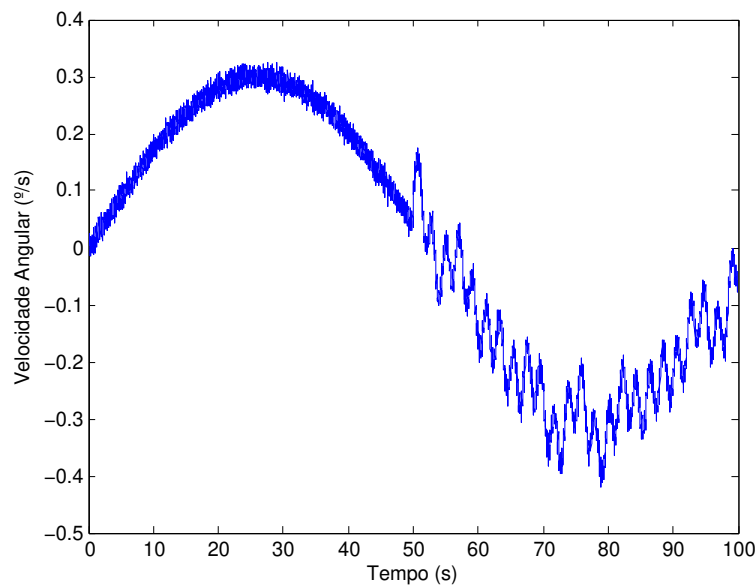


FIGURA 2.8 – Falha do tipo errática ocorrendo no instante $t_f = 50$ s. Desvio padrão do ruído $\sigma = 0,01$ °/s. Sinal original é uma senoide de amplitude $0,3$ °.

2.2.3.6 Impulso

A falha impulso consiste em um pico (que não deveria existir) no sinal do sensor. É uma falha que dura uma ou pouquíssimas amostras. Em geral, pode ser contornada por meio de filtros, sem levar o sensor a inoperância. Seu modelo matemático consiste na soma de um termo “grande” em uma única amostra do sensor. Um impulso é mostrado na figura 2.9.

2.2.3.7 Valor Constante com Alteração de Variância

Esta falha consiste no travamento de um sensor com a presença de um ruído, que pode ter variância substancialmente diferente da variância do ruído padrão do sensor. Além disso, essa variância pode alterar ao longo do tempo. É uma falha que causa a inoperância do sensor. Seu modelo matemático depende do valor do travamento e da variância que surge após a falha. A falha é exemplificada na figura 2.10.

2.2.3.8 Saturação

A saturação de um sensor, como dito anteriormente, não é uma falha, mas é uma situação que muitas vezes leva um INS a falha completa. Acontece quando o sensor é

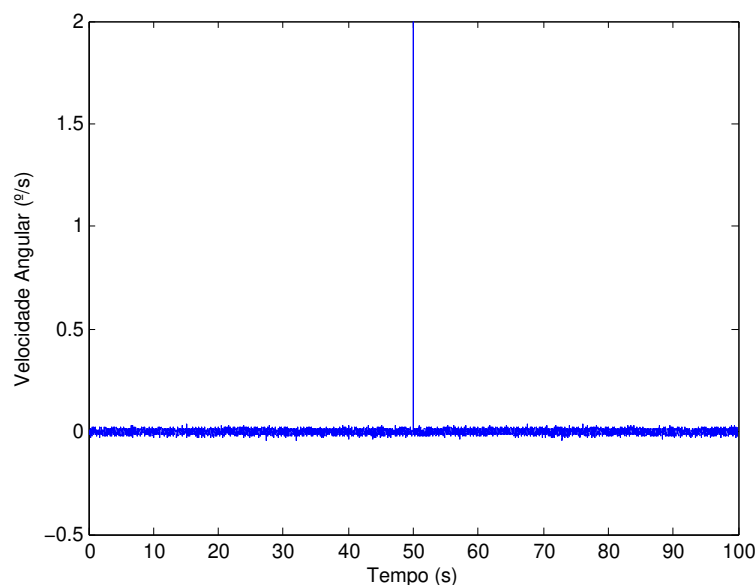


FIGURA 2.9 – Falha do tipo impulso ocorrendo no instante $t_f = 50$ s. Magnitude do pico é de $2,0$ °/s e desvio padrão do ruído $\sigma = 0,01$ °/s

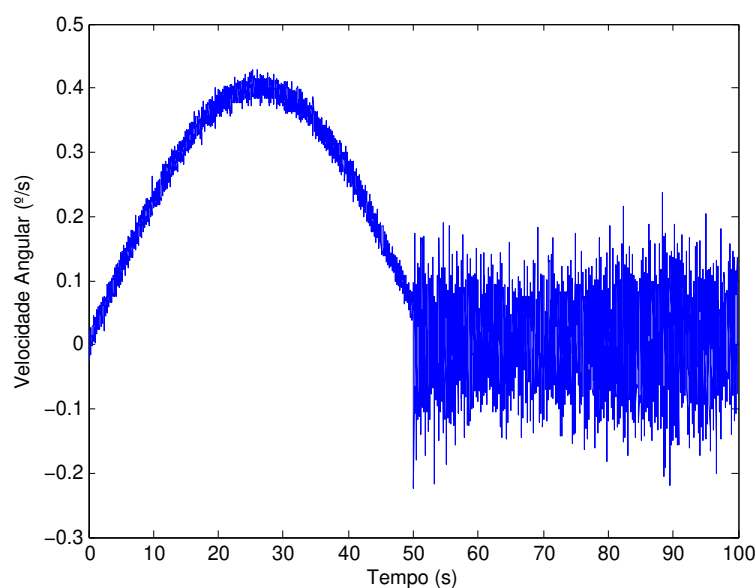
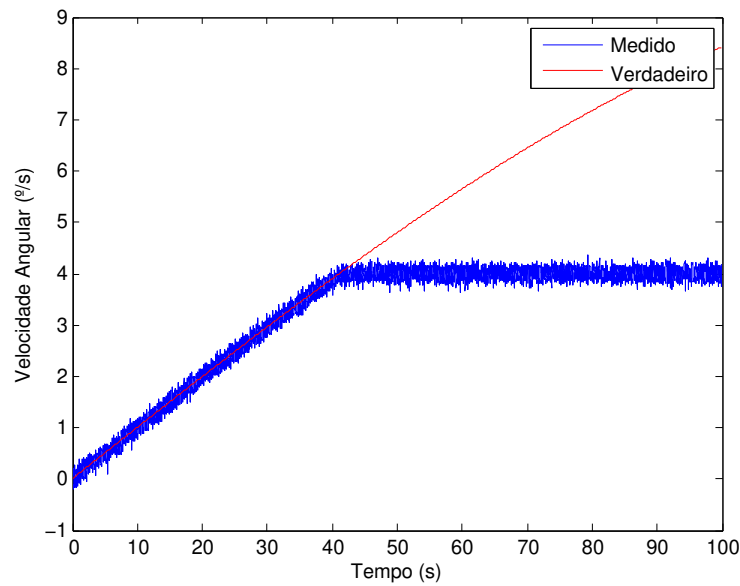


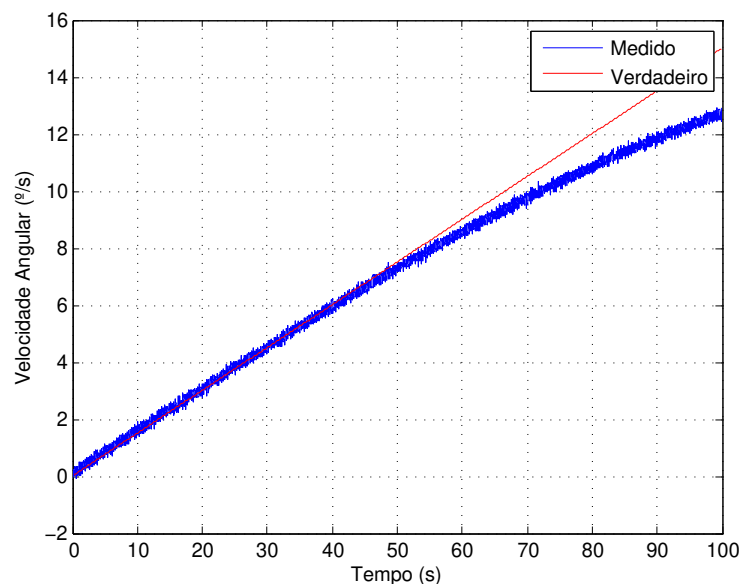
FIGURA 2.10 – Falha do tipo valor constante com alteração na variância ocorrendo no instante $t_f = 50$ s. Valor travado em $0,0$ °/s com ruído de variância não constante.

submetido a uma medida que está além de sua faixa de medições. A saturação em um sensor, geralmente, se manifesta de duas formas.

Na primeira forma, as medidas “travam” em um valor máximo (ou mínimo), fazendo com que o sensor retorne o próprio valor máximo quando a variável medida atinge um valor além dos limites. Quando a variável retorna a faixa operacional o sensor pode, ou não, voltar a operar normalmente. Esta forma é ilustrada na figura 2.11.

FIGURA 2.11 – Saturação com valor travando em $4^{\circ}/s$.

Na outra forma, as medidas repassadas pelo sensor começam a ser consideravelmente discrepantes dos valores reais. Isto ocorre em sensores cuja faixa de operação é calibrada por meio de uma linearização em torno de uma determinada região. Ou seja, a partir de determinado valor, as medidas dos sensores não podem mais ser confiáveis. Esta forma é ilustrada na figura 2.12.

FIGURA 2.12 – Saturação com erros de não linearidade. A partir de $7^{\circ}/s$ o valor verdadeiro se encontra fora da “faixa” coberta pelo ruído do sensor.

O conhecimento de possíveis modos de falha é importante para que a simulação e teste do sistema FDI seja coerente com situações possíveis de serem encontradas na realidade.

Além disso, é importante saber como o sistema FDI se comporta com diferentes tipos de falhas.

2.2.4 Métodos de Detecção de Falhas

Entre as etapas de detecção, de isolamento e de recuperação de falhas, a que ocorre primeiro é a de detecção. Existem diversos métodos para realizar a detecção de uma falha, cabendo ao projetista do sistema FDIR decidir qual é mais adequado para o sistema analisado. Em Isermann (2006) e em Pontuschka e Fonseca (2014) são apresentados alguns dos principais métodos de detecção de falhas, que serão explicados de maneira breve nesta seção, a fim de permitir uma escolha consciente de um determinado tipo de método para a solução do problema desta DM.

A figura 2.13, retirada do trabalho de Pontuschka e Fonseca (2014), ilustra as diferentes categorias de métodos.

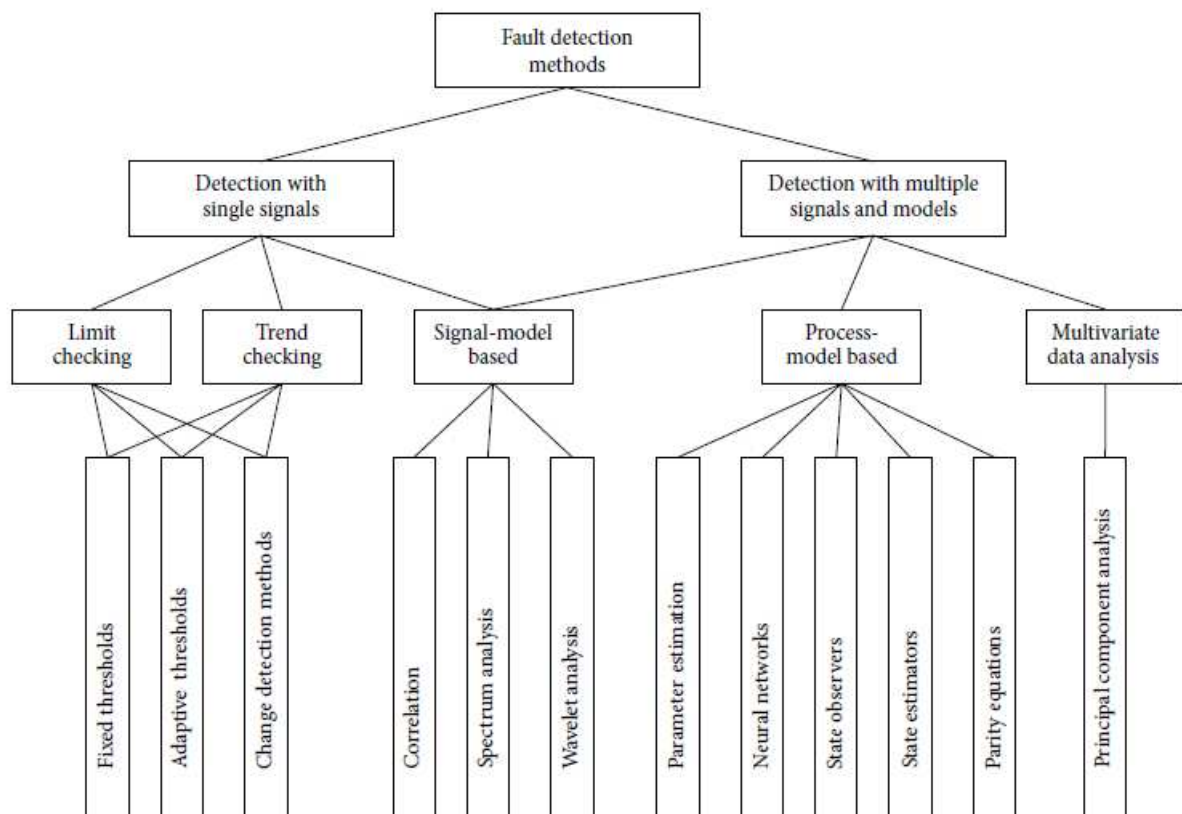


FIGURA 2.13 – Principais Métodos Para Detecção de Falhas. (ISERMANN, 2006) (PONTUSCHKA; FONSECA, 2014)

Pode-se perceber que há duas grandes categorias. A de sinal único (*single signals*) e a de sinais múltiplos e modelos (*multiple signals and models*). A principal diferença entre elas, como o próprio nome diz, é o fato de que uma categoria utiliza um único sinal como

parâmetro para detectar a falha, enquanto a outra utiliza vários sinais ou um modelo.

Outro ponto que pode ser notado da figura 2.13 é que certos métodos não são exclusivos de uma única categoria. Ou seja, as categorias dos métodos não são dissociadas, podendo o projetista utilizar mais de um método para seu sistema, ou mesmo “criar” um método baseado em outros.

Considerando os métodos exclusivamente de sinais únicos, existem os métodos: Verificação de Limite (*Limit Checking*) e Verificação de Tendência (*Trend Checking*).

Os métodos de Verificação de Limite, como o próprio nome diz, verifica se determinado sinal de uma variável ultrapassou limites previamente estipulados. Por exemplo, a temperatura de um motor de um carro não deve exceder um dado valor. É um método simples e intuitivo, e muitas vezes é o suficiente para detectar uma falha no sistema. Matematicamente, este método pode ser representado pela equação 2.8:

$$Y_{min} < Y(t) < Y_{max} \quad (2.8)$$

Nessa equação Y representa a variável ou medida monitorada. Estes limites devem ser sintonizados de forma a buscar uma solução de compromisso entre as taxas de falsos alarmes e a velocidade na detecção. Um intervalo estreito faz com que uma falha seja detectada mais rapidamente, porém, flutuações naturais podem causar um falso alarme.

Enquanto isso, os Métodos de Verificação de Tendência são análogos aos de Verificação de Limite, porém, ao invés de observar uma variável Y , observa sua derivada temporal \dot{Y} . A equação 2.9 é usada para modelar este método:

$$\dot{Y}_{min} < \dot{Y}(t) < \dot{Y}_{max} \quad (2.9)$$

Também é um método intuitivo, principalmente para sistemas onde determinada taxa de variação seja crítica. Por exemplo, se a pressão de um sistema hidráulico cair mais rápido do que deveria, isso pode indicar um possível vazamento no sistema. Todavia, esse método possui uma complicação a mais que o de limites, que é justamente o cálculo da derivada temporal da variável monitorada. Em alguns casos, o ruído dos sensores pode fazer com que o cálculo da derivada seja inviável, necessitando uma filtragem do sinal, para assim “suavizá-lo” e tornar o cálculo da derivada mais confiável.

Para ambos os casos das equações 2.8 e 2.9 os limites podem ou não ser fixos. Os casos de limites fixos correspondem ao caso *Fixed Thresholds* da figura 2.13. Já o caso de limites adaptativos (*Adaptive Thresholds*) consiste em métodos onde esses limites se adaptam de acordo com a situação. Um exemplo é fazer com que os limites dependam de Y e \dot{Y} . Por exemplo, se Y está em um valor muito próximo de Y_{max} , o limite da derivada

pode ser reduzido, pois uma pequena variação para cima do valor de Y já pode fazer o mesmo cruzar o limite Y_{max} . Este exemplo pode ser ilustrado pela figura 2.14.

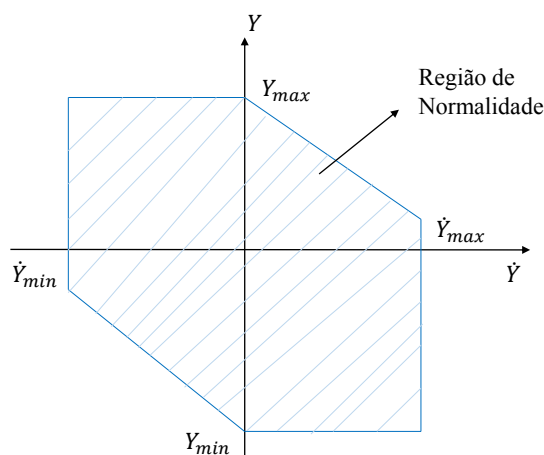


FIGURA 2.14 – Combinação de *limit checking* de um valor medido de determinado estado com a tendência de variação do estado (ISERMANN, 2006).

Além de utilizar limites fixos ou adaptativos, pode-se utilizar métodos de detecção de mudanças (*Change Detection Methods*). Muitas vezes a variável Y pode ser tratada como uma variável aleatória, uma vez que está suscetível a ruídos e flutuações de origem estocástica. Esses métodos utilizam uma abordagem estatística para verificar se há evidências suficientes para concluir se a variável monitorada de fato teve seu valor alterado para fora da faixa permitida. Um exemplo é verificar se um dado sinal que deveria ter média μ e desvio padrão σ não sofreu uma alteração em seus parâmetros nominais.

Ainda na categoria de sinal único, encontram-se os métodos Baseados em Sinal-Modelo (*Signal-Model Based*). Estes métodos também podem ser utilizados com múltiplos sinais, sendo um método que se enquadra nas duas categorias, como mostra a figura 2.13. Esses métodos visam a comparar um ou mais sinais do sistema com um determinado sinal padrão, que é esperado tendo em vista o modelo do sistema em questão. Ou seja, com o modelo do sistema, é possível esperar que determinado sinal tenha determinado comportamento. Caso este sinal não esteja seguindo este comportamento, então, provavelmente, há uma falha. Geralmente estas análises exigem um processamento prévio dos sinais. Estes métodos são utilizados, por exemplo, para verificar a frequência de vibração de uma dada estrutura, que nas condições nominais é conhecida.

Algumas das formas de realizar análises Baseadas em Sinal-Modelo são: Análises de Correlação, de Fourier, Espectral, Fourier de Tempo Curto ou de *Wavelets*. Cada forma pode ser mais ou menos útil de acordo com o sistema em questão. No trabalho de Oliveira (2011) foi feita uma Análise de *Wavelets*, que permite analisar simultaneamente o domínio do tempo e da frequência de um sinal. Uma introdução a *Wavelets* pode ser encontrada

em Chui (1992).

Para os métodos exclusivos de múltiplos sinais, tem-se os métodos Baseados em Processo-Modelo (*Process-Model Based*) e os de Análise de Dados Multivariada (*Multivariate Data Analysis*).

A categoria dos Métodos Baseados em Processo-Modelo é muito extensa e possui uma grande variedade de métodos. O comum entre estes métodos é que envolvem o modelamento do sistema ou do processo em questão, considerando potenciais falhas. Por meio de medições de diferentes variáveis, estes métodos tentam inferir se há a presença de uma falha. As relações entre as diferentes variáveis medidas podem ser analíticas, como o cálculo de algum tipo de *resíduo*, ou lógicas, como relações de *se-então*. A análise por meio da Equação de Paridade se enquadra nesta categoria de métodos.

Por fim, os métodos de Análise de Dados Multivariada são geralmente utilizados em grandes sistemas, com uma enorme quantidade de dados, onde métodos mais simples se tornam impraticáveis. Destes métodos, destaca-se a Análise de Componentes Principais (PCA). A PCA é uma operação linear que, ao ser aplicada a um conjunto de dados (por exemplo, medidas de um sistema), transforma-o em um novo sistema de coordenadas, onde a primeira direção está associada a direção de maior variância. A segunda direção, está associada a direção de maior variância que seja perpendicular a primeira direção. E assim por diante para mais direções. A ideia deste método é reduzir a “dimensionalidade” do conjunto de dados e separar o conjunto correlacionado em muitas direções para um conjunto descorrelacionado nas novas direções. Em outras palavras, entende-se que, se um conjunto de dados tem dimensão m , é possível reduzi-lo para um conjunto de dimensão $r < m$, no qual o novo conjunto tem suas direções relacionadas com as maiores variâncias do conjunto inicial, com isso, pouca informação é perdida nas outras direções que foram “desprezadas”. Essas novas direções descorrelacionadas são as componentes principais. Este nome se justifica pois elas guardam a maior parte da informação do conjunto de amostras. No trabalho de Oliveira (2011) também foi feita uma PCA.

Com o conhecimento destas categorias de métodos é possível escolher de maneira consciente um método que se adeque ao problema desta dissertação. Mais detalhes dos métodos podem ser encontrados no livro de Isermann (2006).

2.2.5 Métodos de Diagnose de Falhas

Após a detecção da falha, geralmente ocorrem as etapas de isolamento, identificação ou diagnose da falha. Neste trabalho, a isolamento é suficiente para recuperar o sistema, uma vez que, com o sensor defeituoso isolado, pode-se operar o sistema de navegação com os sensores sobressalentes. Mas, para a classificação dos métodos, Isermann (2006) considera

que aqueles métodos voltados para isolamento e identificação de falhas são tipos particulares de métodos de diagnose.

Da mesma forma como nos métodos de detecção de falhas, os métodos de diagnose podem ser classificados em categorias, como ilustra a figura 2.15.

A identificação de falhas é, muitas vezes, feita por meio de sintomas. Os sintomas, como dito anteriormente, são mudanças comportamentais do sistema que fogem do seu comportamento usual e podem surgir de várias formas: Mudanças visuais ou audíveis no sistema, alterações em parâmetros e medidas, perda de desempenho significativa em determinadas tarefas, etc. De maneira geral, separam-se os sintomas como analíticos e heurísticos (ISERMANN, 2006).

Sintomas analíticos são aqueles que geralmente são representados de forma matemática. Geralmente são resultados de medidas, de um conjunto de medidas ou de algum processo matemático feito com as informações do sistema. Por exemplo, a alta temperatura de um motor é um sintoma analítico. Em contrapartida, os sintomas heurísticos são obtidos por meio da observação de algum ente externo, geralmente uma pessoa humana, e são descritos de maneira qualitativa, geralmente em níveis de “pouco” ou “muito”. Os exemplos mais típicos são efeitos sonoros (como o som de uma peça solta dentro de uma máquina) ou mudanças de cores. Vale observar ainda que os diferentes tipos de sintomas podem ser agrupados em uma análise mais complexa, podendo utilizar variáveis binárias (com valores 0 ou 1) ou com vários valores (por exemplo, uma escala de 1 a 10) para “transformar” sintomas heurísticos em variáveis matemáticas.

Nesta DM, como se trata de um INS de um veículo autônomo, todos os sintomas devem ser do tipo analítico.

O processo de diagnose muitas vezes exige um conhecimento do sistema, uma vez que o caminho “natural” de um processo de diagnose é tentar “reconstruir” a falha por meio dos sintomas apresentados. Analisando o sistema internamente, a falha surge em determinado componente. Essa falha se propaga no sistema por meio de eventos, que são alterações internas no comportamento do sistema, porém, não são observados externamente. Esses eventos causam o surgimento dos sintomas, que são observados externamente. Assim, uma falha causa determinados sintomas. A ideia é, por meio destes sintomas, tentar identificar qual falha ocorreu. Apesar de ser, em teoria, uma tarefa simples de ser compreendida, sua execução pode ser muito difícil, uma vez que um sintoma pode ser apresentado por mais de uma falha, ou diferentes falhas podem causar grupos de sintomas muito semelhantes. Por isso a importância do conhecimento do sistema, que pode ser adquirido de diversas formas, como um modelo analítico, ou um conjunto de dados do tipo “entradas e saídas” obtidos experimentalmente. A figura 2.16 ilustra o mecanismo de propagação da falha e da diagnose.

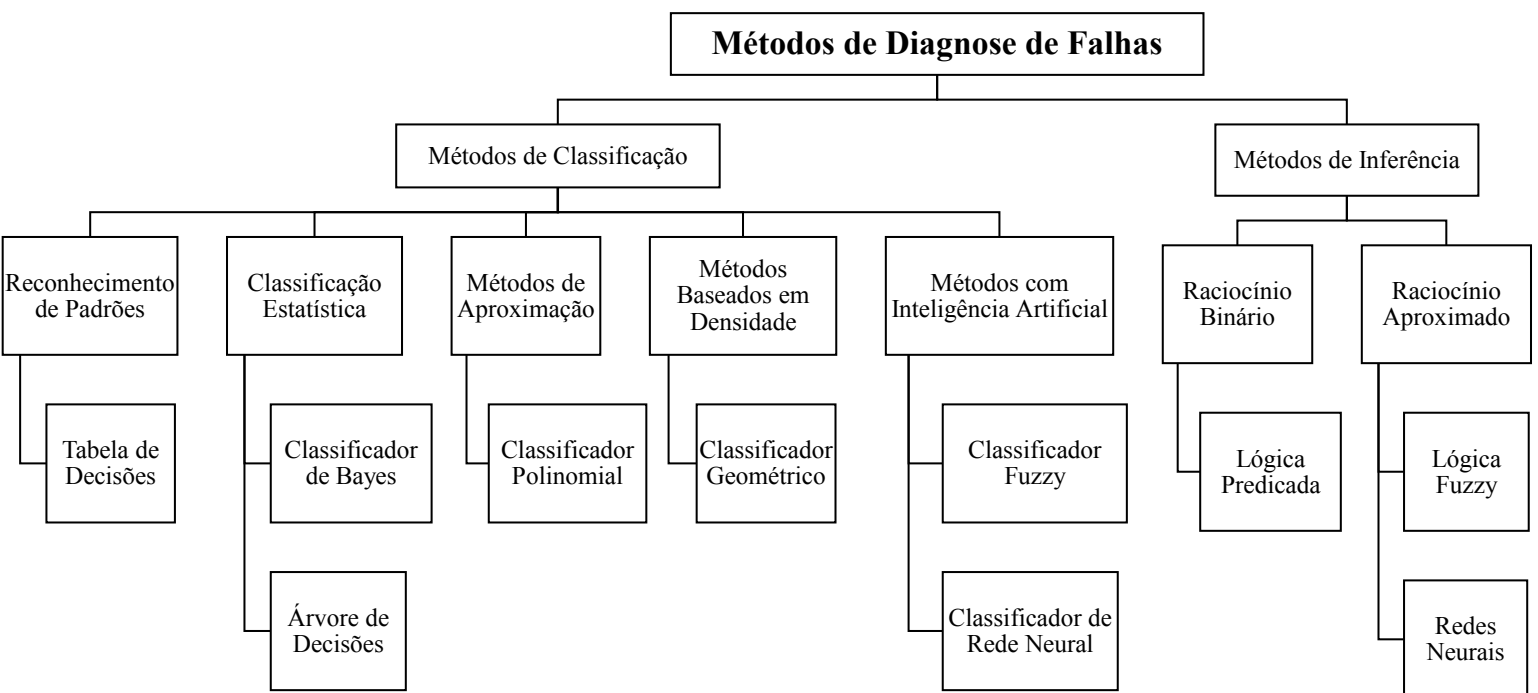


FIGURA 2.15 – Árvore com métodos de diagnose de falhas (ISERMANN, 2006).

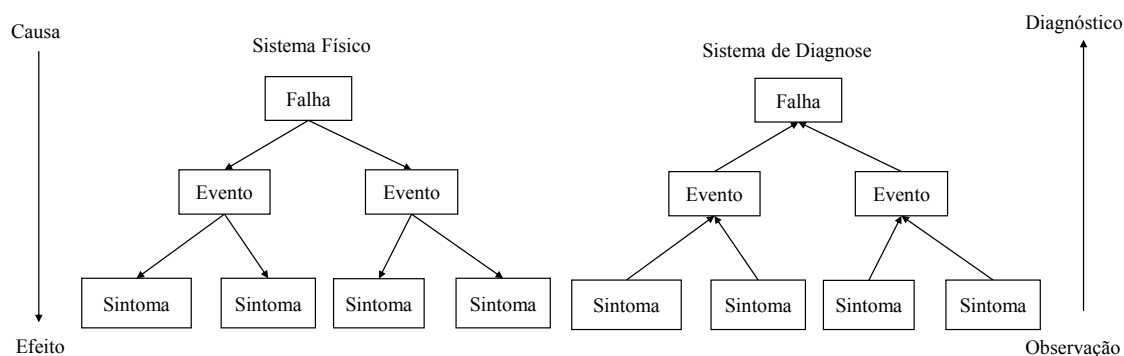


FIGURA 2.16 – Na esquerda, relações de causa e efeito das falhas no sistema físico. Na direita, a observação dos sintomas no processo de diagnose de falhas.

Da figura 2.15, pode-se notar que há duas grandes categorias para os métodos: os de Classificação (*Classification Methods*) e Inferência (*Inference Methods*).

Os Métodos de Classificação são, em geral, mais simples do que os de Inferência. Sua essência consiste em observar os sintomas do sistemas e classificá-los de forma a “enquadrá-los” em um padrão previamente observado. Em outras palavras, esses métodos observam os sintomas e buscam encontrar um determinado padrão neles, relacionando-os com uma falha. São métodos cujo conhecimento por trás é essencialmente experimental ou muito direto da natureza do sistema, não exigindo um conhecimento analítico profundo.

O tipo de Método mais comum dos de Classificação é o Reconhecimento de Padrões por meio de uma Tabela de Decisões. Neste método, uma tabela relaciona diversos sintomas com diversas falhas. Assim, ao observar os sintomas A, B e C, pode-se inferir que a falha mais provável é a falha F.

Outra categoria de métodos de Classificação é a Classificação Estatística, que, como o próprio nome diz, utiliza métodos estatísticos para diagnosticar a falha. Dentre estes métodos, dois se destacam: o Classificador de Bayes (*Bayes Classifier*) e a Árvore de Decisões (*Decision Tree*). O Classificador de Bayes utiliza probabilidades condicionais que envolvem determinados eventos do sistema de forma a concluir qual a situação mais provável de ser verdade (maximização da verossimilhança). Tem esse nome devido ao Teorema de Bayes de probabilidade condicional. Já o método da Árvore de Decisões é relativamente intuitivo. Cada evento constitui um vértice da árvore, e seu resultado dita o ramo a ser seguido. Observando as realizações de vários eventos, tem-se uma falha diagnosticada. É um método estatístico, pois seus caminhos são seguidos de maneira estatística. Por exemplo: Se evento A ocorrer, em 70% das vezes ocorre o evento B e em 30% ocorre o evento C. Ambos os métodos são consideravelmente usados para diagnósticos médicos ou análise de processos biológicos. Esses métodos, apesar de não exigirem um conhecimento interno do sistema, exigem, pelo menos, um conhecimento das estatísticas

do sistema, que podem ser obtidas por meio de observações e testes.

Uma terceira categoria dos métodos de Classificação é a dos Métodos de Aproximação, sendo o principal a Classificação (ou Classificador) Polinomial (*Polynomial Classifier*). Esse método, partindo de um conjunto de pontos que são atribuídos como situações de falha ou não (por exemplo, valores 0 ou 1), visa a encontrar uma aproximação polinomial capaz de “classificar” um novo caso em falha ou não. É matematicamente complexo e necessita de um conjunto de dados de entrada. É um método de Aproximação pois o polinômio é uma aproximação da “fronteira” das condições de falha.

A quarta categoria de métodos na figura 2.15 é a dos Métodos Baseados em Densidade (*Density-Based Methods*). O método desta categoria presente na imagem é o Classificador Geométrico (*Geometric Classifier*). Esse método é consideravelmente simples e se baseia em classificar uma nova condição (ou “ponto”, pensando em um gráfico cujos eixos são variáveis do sistema) de acordo com sua distância de outros pontos de referência. A classificação de acordo com o vizinho mais próximo entra nesta categoria de métodos, assim como método dos k vizinhos mais próximos, utilizado por Bittner *et al.* (2014) conforme dito na seção 2.1. É um método simples, porém, exige um grande número de pontos para ser utilizado de forma confiável.

A última categoria forma os métodos de Inteligência Artificial (*Artificial Intelligence*), em que se destacam o Classificador *Fuzzy* (*Fuzzy Classifier*) e o Classificador de Rede Neural (*Neural Network*). Esses métodos fazem uso de ferramentas de inteligência artificial para a diagnose das falhas, sendo ainda mais complexos que os anteriores. Seu uso pode não ser necessário, dependendo da simplicidade do problema e são mais aplicáveis a problemas mais complexos.

A outra grande categoria de Métodos de Diagnose são os Métodos de Inferência. Dentro desta categoria, há duas divisões: Raciocínio Binário (*Binary Reasoning*) e Raciocínio Aproximado (*Approximate Reasoning*).

Raciocínio Binário consiste essencialmente na lógica *se-então* dos sintomas observados. A estrutura de árvore de falhas são muito utilizadas para este método. Os sintomas são combinados em expressões lógicas, resultando em eventos, e esses são combinados com outros sintomas e eventos, até resultar na diagnose da falha.

Um exemplo para ilustrar: sejam os sintomas s_1 , s_2 e s_3 . Considerando que um determinado evento, e_2 , ao ocorrer, necessariamente demonstra pelo menos um dos sintomas s_2 ou s_3 . Assim, pode-se escrever:

$$s_2 \vee s_3 = e_2 \tag{2.10}$$

Considera-se, ainda, que uma dada falha, f_1 , causa o aparecimento do sintoma s_1 e

causa o evento e_2 . Então, tem-se que:

$$s_1 \wedge e_2 = f_1 \quad (2.11)$$

Ou seja, tomando como entradas sintomas binários, isto é, 0 ou 1, é possível concluir se houve ou não determinada falha.

Este tipo de método é muito mais útil em sistemas de eventos discretos, onde é possível modelar certos estados de forma binária. Para sistemas contínuos, flutuações podem levar a acusações de falhas incorretas. Qualitativamente, também é um método de fácil aplicação. A análise por meio de uma árvore de falhas também é bem útil para verificar os pontos fracos do sistema.

Já os Métodos de Raciocínio Aproximado são métodos mais complexos que os de Raciocínio Binário. Estes métodos se mostram melhores para os sistemas/processos contínuos, com sintomas em forma de variáveis contínuas. Os sintomas observados em forma de variáveis (métricas, variadas, binárias), junto com modelos de sintomas heurísticos e com “pesagem” dos efeitos busca-se fazer um diagnóstico da falha mais provável de ter ocorrido. As duas principais formas deste método são por Lógica *Fuzzy* (*Fuzzy Logic*) e Redes Neurais. A utilização de lógica *fuzzy* traz a vantagem de poder trabalhar com variáveis de estado que variam de maneira gradual de 0 a 1, diferente da lógica binária, onde só há dois valores possíveis. Detalhes sobre lógica *fuzzy* podem ser encontrados em Ross (2004). A combinação de estratégias de aprendizado de redes neurais com lógica *fuzzy* também é utilizada como método para diagnosticar falhas.

Conhecendo estas diversas categorias de métodos e suas características gerais, é possível fazer uma escolha do método de isolamento (que é englobada pela diagnose) de forma mais consciente e criteriosa. Mais detalhes sobre estes métodos podem ser encontrados em Isermann (2006).

2.2.6 Sistemas Tolerantes a Falhas

Para encerrar esta seção, discute-se alguns conceitos relativos a Sistemas Tolerantes a Falhas, que são capazes de operar mesmo após o surgimento de uma falha.

Existem duas formas de aumentar a confiabilidade de um sistema: perfeição e redundância. Perfeição se refere a ideia de projetar o sistema de maneira a evitar que as falhas ocorram. Isso é feito utilizando componentes de melhor qualidade, materiais melhores, cálculos mais precisos, plano de manutenções e proteção do ambiente de operação. Consiste em fazer um melhor projeto do sistema. Já a redundância consiste na utilização de elementos, componentes ou módulos além do necessário para a operação. Os elementos

redundantes podem ser idênticos ou não. O uso de elementos idênticos é mais simples, porém, não impede que uma determinada condição particular cause a mesma falha em todos os elementos. Por exemplo, se um determinado modelo de sensor não consegue operar acima de $100\text{ }^{\circ}\text{C}$, então todos os sensores iguais falharão, se, em algum momento, a temperatura exceder $100\text{ }^{\circ}\text{C}$. O uso de redundância diversa é, em geral, mais complexa, porém, pode trazer mais benefícios.

Existem diferentes estruturas em que os elementos redundantes podem ser organizados. Estas estruturas podem ser divididas em duas categorias: Redundância Estática e Redundância Dinâmica. A Redundância Estática é aquela em que todos os elementos operam simultaneamente. Para sensores (que estão medindo a mesma variável), é comum que esta estrutura de redundância utilize um sistema de votação com as saídas dos sensores, avaliando assim qual é a medida mais provável de ser verdadeira, que é dada pela maioria, e descarta as medidas dos sensores com defeito. Evidentemente, devido a ruídos e flutuações, existe uma tolerância ao avaliar se uma medida é “igual” a outra. Este tipo de redundância é simples e tolera um sensor defeituoso a mais para cada dois sensores novos, isto é, para n ímpar o número de sensores, temos que o sistema suporta $(n - 1)/2$ falhas. A desvantagem é que os elementos redundantes são custosos e o fato de mantê-los operando em simultâneo leva a um maior desgaste dos componentes e consumo de energia. Outro exemplo nítido de redundância estática são pilastras em uma construção. O número de pilastras sempre é maior que o número necessário, por motivos de segurança. De maneira geral, esse tipo de redundância é muito seguro e simples, porém é custoso.

Já a Redundância Dinâmica exige menos módulos, porém, é mais complexa e exige um sistema de detecção e isolamento de falhas e uma forma de reconfigurar o sistema. Dentro da redundância dinâmica, existem duas subcategorias: *hot standby* e *cold standby*. Na forma *hot standby*, o sistema mantém os dois (ou mais) módulos operando simultaneamente, porém, um deles, permanece sem enviar saídas ao resto do sistema. Quando ocorre uma falha no primeiro módulo, e esta é detectada pelo sistema de detecção de falhas, ocorre uma reconfiguração no sistema, que o faz parar de receber as saídas do módulo defeituoso e passar a receber as saídas do segundo módulo. Nesta forma, permanece a desvantagem de que os elementos redundantes ficam em operação simultânea, porém, com menos elementos, é possível resistir a um mesmo número de falhas (em comparação com a Redundância Estática). Por exemplo: com redundância dinâmica, necessita-se de 2 elementos para resistir a uma falha, enquanto na redundância estática precisa-se de 3 elementos. Em contrapartida, vale lembrar que a maior complexidade de um sistema tende a reduzir a sua confiabilidade, pois insere novas possíveis fontes de erro. O próprio sistema de reconfiguração é passível de falha.

O caso *cold standby* é semelhante ao *hot standby*, exceto pelo fato de que os módulos redundantes não permanecem em operação enquanto estão em espera. Neste caso, o

sistema de reconfiguração é de tal forma que mantém os módulos que não estão sendo usados desligados, e, ao receber a notificação de uma falha, desliga o módulo defeituoso e liga um novo módulo para operar. A vantagem, evidentemente, é não manter os elementos operando simultaneamente. As desvantagens são o aumento da complexidade, possível perda de confiabilidade e tempo de resposta mais lento que os demais casos, pois há um certo atraso para que o módulo inicialmente desligado passe a operar de maneira plena.

Pode-se ver nas figuras 2.17 a 2.19 os esquemas com as diferentes configurações de redundância. Nestas figuras, x representa a entrada e z representa a saída.

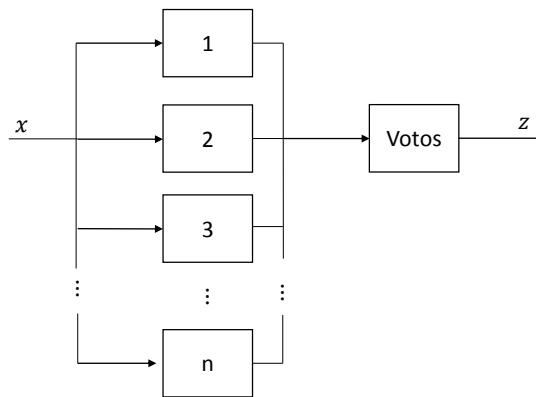


FIGURA 2.17 – Redundância estática.

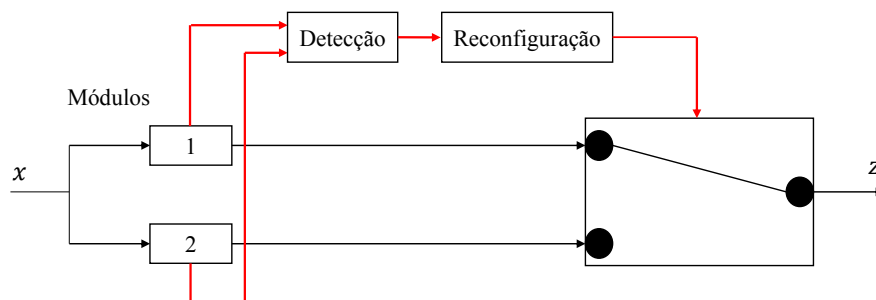
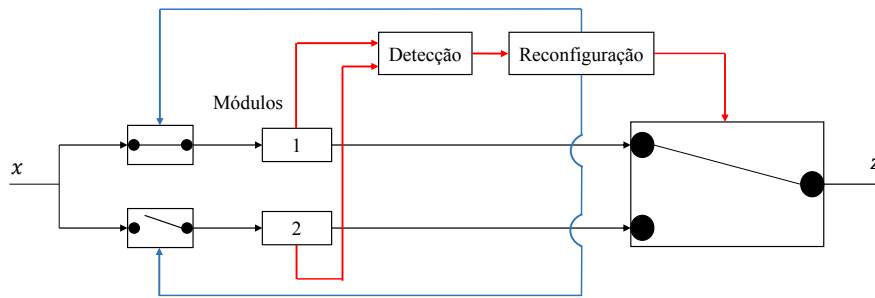


FIGURA 2.18 – Redundância dinâmica do tipo *hot standby*.

Com essa discussão, encerra-se esta seção relacionada aos conceitos básicos de Confiabilidade e FDIR, que serão constantemente abordados ao longo da resolução e análise do problema.

2.3 Modelo de Sensores e do Bloco de Sensores

Esta seção trata do modelo dos sensores inerciais e discute como relacionar as medidas dos sensores com a grandeza medida, tendo em vista a geometria do bloco de sensores.


 FIGURA 2.19 – Redundância dinâmica do tipo *cold standby*.

2.3.1 Acelerômetros

Os acelerômetros, apesar do nome, são sensores inerciais que medem força específica. As tecnologias de funcionamento dos acelerômetros são diversas e variam de um sistema massa-mola a sistemas que utilizam a vibração de uma viga de quartzo. Esta seção visa a apresentar conceitos básicos sobre acelerômetros. A principal referência para esta seção (e onde se pode encontrar mais detalhes) foi o livro de Merhav (1996).

O conhecimento da aceleração de um veículo aeroespacial é extremamente desejado, pois permite obter a velocidade e a posição do veículo por meio da integração da mesma. Geralmente, deseja-se saber a aceleração em relação a um sistema inercial. Os acelerômetros, que na verdade são sensores de força específica (SFS, *Specific Force Sensor*), que é dada pela razão entre a força newtoniana resultante em um corpo (sem considerar as forças de campo que atuam homogeneamente no corpo, como a força gravitacional) e sua respectiva massa, ou seja:

$$\mathbf{a} = \frac{\mathbf{f}}{M} \quad (2.12)$$

sendo \mathbf{a} o vetor de força específica, \mathbf{f} o vetor resultante das forças newtonianas, sem considerar as forças de campo que atuam homogeneamente no corpo, e M a massa do corpo. A unidade de \mathbf{a} tem dimensão de comprimento por tempo quadrado (no Sistema Internacional (SI): m/s^2). O vetor \mathbf{a} é, geralmente, representado em termos de eixos do corpo, denotados por x, y, z . Ou seja:

$$\mathbf{a} = \begin{bmatrix} a_x & a_y & a_z \end{bmatrix}^T \quad (2.13)$$

Esses eixos são fixos ao corpo. Geralmente, em aviões, o eixo x é coaxial ao eixo da fuselagem, com o sentido positivo saindo do “nariz” do avião, o eixo y é perpendicular ao x e tem seu sentido positivo para a asa direita do avião, e o eixo z é perpendicular a ambos, apontando “para baixo”, formando, assim, uma base dextrógira (FARRELL, 1976). Já em foguetes, o eixo x é coaxial ao eixo do próprio foguete, com o sentido positivo na

direção da coifa, enquanto os demais eixos y e z são perpendiculares entre si e também perpendiculares ao eixo x , de forma que os três eixos formem uma base dextrógira (SIOURIS, 2004). Esse sistema, chamado de “sistema do corpo” ou “*body frame*”, é importante, pois é em relação a ele que os dados dos sensores são obtidos. Como os SFS’s são sensores que medem a força específica apenas no seu eixo de entrada, são necessários outros dois SFS’s para medir a força específica por completo.

Os sensores não precisam estar alinhados com os eixos do corpo. Conhecendo a posição relativa entre os eixos dos sensores e os eixos do sistema do corpo, pode-se passar a medida do sistema de eixos dos sensores para o do corpo. Isso é evidente quando se pensa em um sistema com 4 ou mais sensores e é discutido em mais detalhes na subseção 2.3.4.

Como dito, os SFS’s não medem de fato a aceleração. Por exemplo, se o veículo ao qual o sensor está atrelado estiver em queda livre, o sensor (alinhado com a trajetória de queda) irá marcar “aceleração” nula, enquanto o veículo está caindo com aceleração de $g = 9,81m/s^2$. Isso ocorre, pois a força gravitacional é uma força de campo que atua igualmente em todas as partes do sistema, ou seja, a mesma força que ela faz no veículo, ela também faz no sensor, de forma que o conjunto se desloca como um todo junto, sem deslocamento relativo entre a caixa do sensor e a massa de prova do sensor. Por outro lado, se o sistema estiver em solo e parado, o sensor alinhado com a vertical irá acusar uma aceleração de $-g$, ou seja, a reação à gravidade, pois, nesse caso, há um deslocamento relativo entre a massa de prova do sensor e a caixa do sensor (presa ao veículo). A aceleração e a força específica só são idênticas em ambientes livres de gravidade.

As figuras 2.20 e 2.21, do livro de Merhav (1996), ilustram dois tipos de acelerômetros.

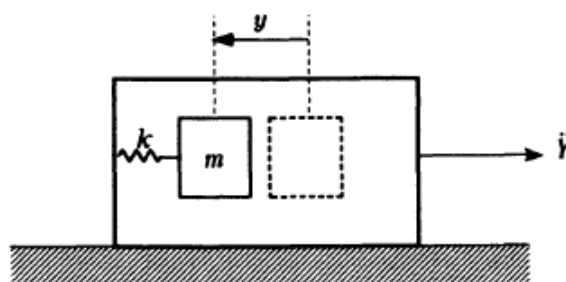


FIGURA 2.20 – Modelo de um acelerômetro do tipo massa-mola. (MERHAV, 1996)

Por fim, os requisitos operacionais de um SFS são geralmente:

- **Frequência de Amostragem:** Corresponde a frequência de leituras informadas pelo sensor. Em geral, variam desde 50 Hz até 1.000 Hz, dependendo da missão e da qualidade desejada.
- **Faixa Dinâmica:** Em inglês *Dynamic Range*. É a razão entre os valores máximo

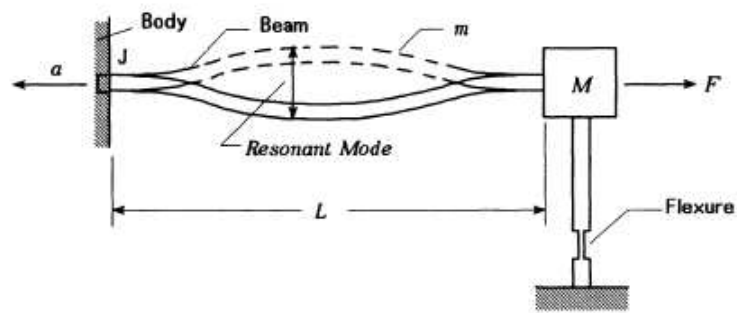


FIGURA 2.21 – Modelo de um acelerômetro de viga vibrante. (MERHAV, 1996)

e mínimo percebidos pelo sensor. Variam da ordem de 10^2 até 10^8 de acordo com a qualidade do sistema.

- **Linearidade:** Em geral, os sensores convertem sinais físicos em grandezas elétricas, que são lidas pelo resto do sistema, por meio de um transdutor. Essa conversão, muitas vezes, é feita por um processo de linearização. A linearidade diz o quão boa é essa linearização e é dada em termos de porcentagem (ou valor da razão) do erro máximo devido a linearização do sensor. Os valores variam na faixa de 1% a 10^{-5} .
- **Ruído:** Geralmente considerado um ruído branco e dado em termos do seu desvio padrão, que pode ser dado em valores ou em porcentagem da escala do sensor, isto é, do valor máximo lido. Os valores variam de 1% a 0,01% rms da escala do sensor.

Vale ressaltar que, como as medidas dos acelerômetros são integradas para se obter a velocidade e a posição do veículo, erros nas medidas dos sensores são acumulados conforme o tempo passa. Por isso, a qualidade das estimativas pioram com o tempo. Em essência, o tempo de operação dita a qualidade dos sensores.

2.3.2 Girômetros

Nesta seção discute-se sobre aspectos básicos dos girômetros, também chamados de giroscópios. A principal referência também foi o livro de Merhav (1996), no qual se pode encontrar mais detalhes sobre o assunto.

Os girômetros são sensores que medem a velocidade angular do seu eixo de entrada em relação a um referencial inercial. Da mesma forma que os acelerômetros, precisa-se de três girômetros, para medir o vetor de velocidade angular do sistema de eixos do corpo em relação ao sistema de eixos inercial.

O conhecimento da velocidade angular do sistema de coordenadas do corpo é importante, pois permite conhecer, por meio da integração de equações diferenciais, a atitude desse corpo em relação ao sistema inercial, desde que se saiba a atitude inicial do corpo.

Os girômetros medem a componente da velocidade angular em cada eixo do sistema do corpo, fornecendo uma medida geralmente denotada da seguinte forma:

$$\boldsymbol{\omega}_B^{BI} = \begin{bmatrix} P & Q & R \end{bmatrix}^T \quad (2.14)$$

A notação $\boldsymbol{\omega}_B^{BI}$ significa que a velocidade angular é do sistema do corpo (*body*) em relação ao sistema inercial escrita em termos do sistema do corpo. Ou seja, o subscrito denota em qual base o vetor está representado. E o sobrescrito denota entre quais sistemas a velocidade é calculada. No caso, P , Q e R são as componentes da velocidade angular paralelas aos eixos x , y e z do corpo, respectivamente.

Com essas medidas, e conhecendo os Ângulos de Euler iniciais, pode-se integrar equações diferenciais que relacionam as derivadas dos Ângulos de Euler com eles próprios e com as medidas P , Q e R . Esses ângulos, em sistemas aeroespaciais, também são chamados de Ângulos de Tait-Bryan. Geralmente são denotados pelas letras gregas Φ , Θ , Ψ , representando, respectivamente, os ângulos de rolagem (*roll*), arfagem (*pitch*) e guinada (*yaw*). Conhecendo-os, é possível transformar a representação de qualquer vetor em um sistema para outro sistema de coordenadas. As equações diferenciais são:

$$\dot{\Phi} = P + Q \cdot \sin(\Phi) \cdot \tan(\Theta) + R \cdot \cos(\Phi) \cdot \tan(\Theta) \quad (2.15)$$

$$\dot{\Theta} = Q \cdot \cos(\Phi) - R \cdot \sin(\Phi) \quad (2.16)$$

$$\dot{\Psi} = Q \cdot \frac{\sin(\Phi)}{\cos(\Theta)} + R \cdot \frac{\cos(\Phi)}{\cos(\Theta)} \quad (2.17)$$

Da mesma forma que os SFS's, erros nas medidas dos girômetros são acumulados com a integração, fazendo com que a estimativa da atitude do veículo piore conforme o tempo passa. Além disso, o erro na atitude do veículo implica em erros na velocidade e posição, uma vez que as integrações das medidas dos SFS's serão feitas considerando direções diferentes das verdadeiras (os eixos dos acelerômetros não coincidirão com os eixos computados pelo sistema). Isso permite perceber que a qualidade dos girômetros é, na maioria das vezes, mais crítica que dos acelerômetros. Por isso, em muitos estudos de navegação inercial, os girômetros são tratados com mais cautela do que os acelerômetros.

Existe mais de um princípio de funcionamento dos girômetros. Existem girômetros mecânicos e girômetros a fibra óptica (FOG, *Fiber Optic Gyroscope*), por exemplo. Os mecânicos utilizam a conservação do momento angular como princípio básico de funcionamento. Já os FOG, cada vez mais usados, utilizam o Efeito Sagnac como princípio

básico. A figura 2.22 do livro de Merhav (1996) mostra um esquema de um FOG.

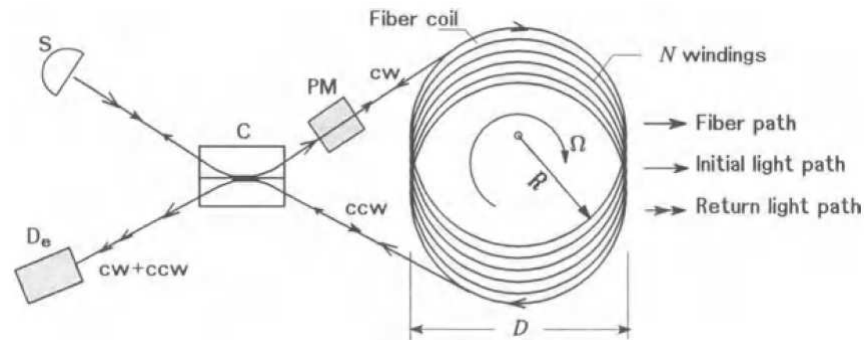


FIGURA 2.22 – Modelo de um FOG por meio do Efeito Sagnac. (MERHAV, 1996)

Em essência, o funcionamento deste sistema é tal que um feixe laser, com frequência bem definida, é emitido pela fonte S. Esse feixe passa por um semi-espelho C, onde 50% do feixe é refletido e 50% é transmitido. Ambos os feixes entram em um carretel de fibra óptica, um em cada sentido. Ao final, ambos retornam para o semi-espelho, e parte de ambos procede para um receptor (De.) que verifica a interferência entre os feixes. Obviamente, se o sistema está parado (em relação a um referencial inercial), os feixes chegarão em fase. Porém, se o sistema estiver girando, como a velocidade da luz é constante em relação a um referencial inercial, um determinado feixe irá percorrer uma distância maior do que o outro. O feixe que está percorrendo o carretel no mesmo sentido da velocidade angular Ω irá levar mais tempo do que o outro feixe. Com isso, os feixes chegarão defasados no receptor. Essa defasagem permite o cálculo de Ω . No caso da figura 2.22, utiliza-se um Modulador de Fase (PM) no circuito óptico.

Os cálculos que envolvem a estimativa de posição utilizando girômetros e acelerômetros é consideravelmente complexo e foge do escopo do trabalho. Mais detalhes sobre girômetros podem ser encontrados em Merhav (1996). Sobre equações de navegação, Noureldin *et al.* (2013), Farrell (2008) e Farrell (1976). Mais detalhes sobre a questão de referenciais podem ser encontrados em Grewal *et al.* (2007).

2.3.3 Modelo de Medidas

Nesta subseção, apresenta-se o modelo de medidas dos sensores, que serve de base para as simulações computacionais do sistema em estudo. Também é feita a explicação da teoria por trás do modelo, mostrando sua razoabilidade e verossimilhança com a realidade. As principais referências desta subseção foram os livros de Fraden (2010), Markley e Crassidis (2014), Bar-Shalom *et al.* (2001) e a tese de Oliveira (2011).

Como visto nas subseções anteriores, os acelerômetros e os girômetros são sensores que medem a componente de grandezas vetoriais no seu eixo de entrada (*input*). Sendo assim,

são sensores com natureza de medidas muito semelhantes, de forma que as explicações feitas para o desenvolvimento do modelo de um sensor se aplicam ao outro.

Em termos matemáticos, desprezando todo tipo de erro e considerando os sensores perfeitos, a medida a_i de um sensor é dada por:

$$a_i = \hat{\mathbf{i}} \circ \mathbf{a} \quad (2.18)$$

sendo \mathbf{a} a grandeza vetorial a ser medida e $\hat{\mathbf{i}}$ o versor do eixo do sensor. Observa-se que a medida a_i é um número escalar, cujo módulo corresponde ao módulo da componente de \mathbf{a} sobre seu eixo e cujo sinal informa o sentido desta componente.

Mas as medidas dos sensores não são perfeitas e estão sujeitas a erros, que podem ser de diversas naturezas, entre as mais comuns: ruído, viés (também chamado de *bias*), linearidade, desalinhamento e falhas.

O ruído consiste em erros de característica aleatória e geralmente é modelado por um ruído branco, gaussiano, de média nula. O viés é a tendência de medida de um sensor, que pode ser positiva ou negativa. Caso seja positiva, o sensor mede um valor maior do que deveria, caso contrário, o sensor mede um valor menor. Observando a definição do viés do sensor, fica razoável compreender a hipótese de que o ruído tenha média nula, uma vez que um caso de média não nula corresponderia a uma parcela do viés.

Exemplo: considerando um girômetro posicionado em uma mesa no polo norte (geográfico) da Terra. Esse girômetro deveria medir a velocidade angular da Terra, já que a mesma está girando em relação a um referencial inercial, que vale, aproximadamente, $4,17 \cdot 10^{-3} \text{ }^\circ/s$. Agora, supondo que as medidas do sensor fossem (todas em $^\circ/s$):

0,1203; 0,1592; 0,0364; 0,1300; 0,1137; 0,0649; 0,0912; 0,1144; 0,2115; 0,1873

Esses 10 valores apresentam uma média de $0,1229^\circ/s$, diferenciado-se do valor real em $0,1187^\circ/s$. Isso corresponde, aproximadamente, ao viés do sensor. E o desvio padrão desses valores é $0,0531^\circ/s$, que corresponde, aproximadamente, ao desvio padrão do ruído. Esses dados foram gerados computacionalmente, utilizando o seguinte modelo de medidas:

$$\bar{a}(t) = a(t) + B(t) + \nu(t) \quad (2.19)$$

sendo a a variável a ser medida, \bar{a} o valor da medida, B o viés e ν um ruído branco, gaussiano de média nula. Esse é um modelo muito utilizado para simular sensores (MARKLEY; CRASSIDIS, 2014), (BAR-SHALOM *et al.*, 2001). Para os valores gerados no exemplo acima, utilizou-se $B = 0,1^\circ/s$ e $\sigma_\nu = 0,03^\circ/s$. As estimativas do viés e do desvio padrão ten-

deriam a melhorar conforme mais medidas fossem coletadas. A equação 2.19 representa um modelo de medidas de um sensor. A notação (t) indica a dependência temporal das parcelas, mas, no caso apresentado, a e B foram tidos como constante.

Os erros oriundos de falhas são óbvios. Quando o sensor sofre uma falha, geralmente, sua medida deixa de ser confiável. Os erros de falhas costumam ser modelados como uma parcela que se soma aos outros termos, da forma que o modelo de medidas fica:

$$\bar{a}(t) = a(t) + B(t) + \nu(t) + F(t) \quad (2.20)$$

no qual $F(t)$ corresponde aos erros das falhas e pode ser visto como uma função nula se o sistema estiver livre de falha, ou seja, nesse caso, $F(t) = 0$. É importante notar que o viés (após a calibração do sensor) e o ruído não são falhas, pois é impossível eliminar estas parcelas e elas já são consideradas para o projeto do sistema (OLIVEIRA, 2011).

Os erros de linearidade do sensor se devem ao fato de que o mesmo fornece as medidas por meio de sinais elétricos relacionados com a variável a ser medida. Uma dada magnitude da variável a ser medida produz um estímulo no sistema interno do sensor, e cada nível de estímulo corresponde a um dado sinal elétrico, geralmente uma tensão da ordem de mV. Esta tensão é relacionada com o valor da grandeza física por meio de uma função chamada de Função de Transferência (não confundir com o mesmo termo utilizado na Teoria de Controle, onde corresponde à razão entre a Transformada de Laplace da entrada e a transformada da saída do sistema). Essa função tem esse nome pois transfere o valor de um sinal elétrico para um valor da grandeza física de interesse (FRADEN, 2010). Em outras palavras, um estímulo a , causa um sinal elétrico \tilde{a} e este sinal é transformado, por meio de uma função, em um valor físico. Assim, a expressão de medidas seria da forma:

$$\bar{a}(t) = f(\tilde{a}(t)) + B(t) + \nu(t) + F(t) \quad (2.21)$$

onde $f(\bullet)$ é a função de transferência e \tilde{a} corresponde ao sinal elétrico causado pelo estímulo de magnitude a . Essa função, muitas vezes, não é linear. Mas, dependendo da faixa de operação do sensor, pode-se aproximar esta função para uma função linear, da forma:

$$f(\tilde{a}) = k \cdot \tilde{a} \quad (2.22)$$

onde k é chamado de fator de escala. Ao linearizá-la, o surgimento de erros é imediato, pois uma curva está sendo aproximada para uma reta. Esses erros são os chamados erros de linearidade e são, em geral, uma propriedade especificada pelo fabricante do sensor, dados em termos de uma porcentagem do valor onde o erro é máximo. Em termos práticos, estes erros são, muitas vezes, pequenos comparados aos ruídos, se o sensor estiver operando dentro da faixa para o qual foi calibrado. A figura 2.23 ilustra o erro de linearidade.

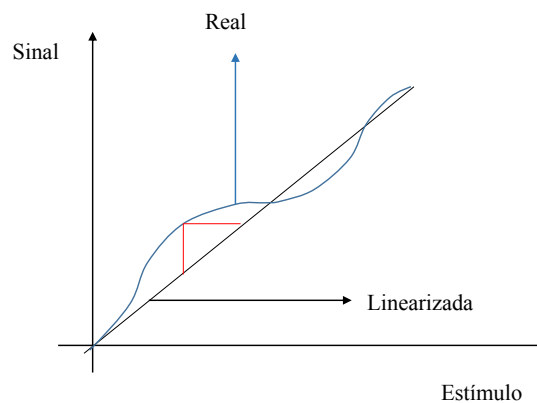


FIGURA 2.23 – Ilustração dos erros de linearidade, representados pelas linhas vermelhas.

No caso de medidas vetoriais feitas por um conjunto de girômetros ou acelerômetros, $f(\bullet)$ se torna um operador vetorial. No caso da simplificação onde $f(\tilde{\mathbf{A}}) = \mathbf{K}\tilde{\mathbf{A}}$, tem-se que \mathbf{K} é uma matriz de fatores de escala. Os termos da diagonal principal representam os fatores de escala dos sensores, e os termos fora da diagonal principal são os termos de acoplamento. No caso de girômetros ou acelerômetros, o acoplamento está relacionado diretamente com a angulação dos sensores.

O modelo da função de transferência do sensor está além do escopo deste trabalho. Como a preocupação nesta DM é diretamente com as medidas fornecidas pelos sensores, não é de interesse saber a forma da função de transferência. Por isso, a equação 2.21 pode ser substituída pela equação 2.20. Se o escopo da análise envolvesse o funcionamento interno dos sensores, o conhecimento da função poderia agregar ao trabalho. Os erros de linearidade podem ser incluídos (ou compensados) no ruído branco de forma conservadora.

Os erros de desalinhamento são causados pelo fato de que a montagem do bloco de sensores não é perfeita, por isso, pequenos erros entre o eixo ideal e o eixo verdadeiro podem ocorrer em cada sensor. Os erros de desalinhamento são, geralmente, modelados junto à matriz dos cossenos diretores dos eixos dos sensores.

Por fim, o viés do sensor, muitas vezes, pode ser aproximadamente considerado como uma constante. Porém, uma simples mudança no modelo pode torná-lo mais fidedigno. Em geral, o viés varia com o tempo, e esta variação geralmente é modelada da seguinte forma, para modelos discretos no tempo:

$$B(t+1) = B(t) + \eta(t) \cdot \Delta t \quad (2.23)$$

Onde η é um ruído branco gaussiano e Δt é o intervalo de tempo entre uma medida e outra. Ou seja, a derivada do viés é aproximada para um ruído branco. O nome desse processo de variação do viés é conhecido como *Random Walk* (MARKLEY; CRASSIDIS,

2014). Um ponto importante do modelo é o viés inicial. O viés inicial surge no instante em que o sensor é inicializado. Além disso, a cada vez que o sensor é inicializado, um novo viés inicial é observado. Este viés é por vezes chamado de *turn on bias* e pode ser modelado como a realização de uma variável aleatória gaussiana de média nula e de desvio padrão σ_{B_0} . Este fenômeno ainda pode ser referenciado como *bias repeatability*.

Por fim, a equação 2.20, junto com a equação 2.23 podem compor um modelo de medidas de um sensor com razoável legitimidade.

2.3.4 Geometria do Bloco

Nesta subseção, discute-se a geometria do bloco de sensores, no sentido de como relacionar as medidas para estimar a grandeza verdadeira, elaborando e apresentando um modelo matemático. As principais referências desta subseção foram os livros de Boulos e Camargo (2004) e Ben-Israel e Greville (2007), além do trabalho de Oliveira (2011).

A primeira hipótese levantada para o desenvolvimento desta subseção (e que será utilizada ao longo de todo este trabalho) é a de que os sensores do bloco não influenciam uns aos outros. Isso é razoável, tendo em vista que a medição de um sensor não afeta a grandeza que é medida por ele. Por exemplo, ao se colocar um girômetro para medir uma dada velocidade angular, em nada a mesma velocidade é alterada. De maneira sucinta, essa hipótese afirma que os sensores são independentes entre si.

Considera-se, inicialmente, que os sensores são perfeitos, ou seja, não possuem ruídos, *bias* e falhas. Posteriormente serão analisadas as outras parcelas de erros.

Seja um conjunto de n sensores, $3 \leq n \in \mathbb{N}$; e $\bar{\mathbf{a}}$ a matriz com as medidas dos sensores:

$$\bar{\mathbf{a}} = \begin{bmatrix} \bar{a}_1 & \bar{a}_2 & \dots & \bar{a}_n \end{bmatrix}^T \quad (2.24)$$

sendo \bar{a}_i a velocidade angular medida pelo i -ésimo sensor. O vetor da grandeza a ser medido é o vetor \mathbf{a} , genérico, que pode ser tanto a força específica (geralmente representada por \mathbf{f} ou \mathbf{a}), no caso de SFS's, ou pode ser a velocidade angular (geralmente representada por $\boldsymbol{\omega}$), no caso de girômetros. Para sensores perfeitos, a medida de cada sensor é dada pela projeção da grandeza verdadeira sobre o eixo do sensor.

É importante lembrar que os acelerômetros medem a força específica de um corpo em relação a um referencial inercial, e essas medidas são representadas no sistema do corpo. Outro ponto é que os girômetros medem a velocidade angular do sistema do corpo em relação a um referencial inercial, e o vetor medido pelos girômetros está escrito em termos da base do sistema do corpo, sendo denotada por: $\boldsymbol{\omega}_B^{BI}$. Na mecânica clássica, um referencial inercial é um referencial no qual um corpo submetido a uma força resultante nula não apresenta aceleração, ou seja, permanece em repouso ou em movimento retilíneo

uniforme. Um corpo “parado” na superfície da Terra, na verdade, não está parado em relação a um referencial inercial, uma vez que o mesmo está girando junto à superfície terrestre. Geralmente o referencial inercial é aproximado para o sistema de referência ECI (*Earth-Centred Inertial*), cuja origem coincide com o centro da Terra, o eixo x aponta para uma dada direção na esfera celeste (o ponto γ), o eixo z aponta na direção do polo norte e o eixo y é perpendicular aos eixos x e z , de forma que se tem um sistema dextrógiro x - y - z . Esse sistema não acompanha o movimento de rotação da Terra. Ou seja, um conjunto de girômetros “parado” na superfície da Terra mede a velocidade angular da própria Terra.

No caso desta DM, como o interesse está nos dados fornecidos pelos sensores, não há a preocupação em converter as leituras dos sensores, que serão fornecidas no sistema do corpo, para outro sistema de coordenadas. Ou seja, sempre que se tratar dos vetores de força específica ou velocidade angular, está subentendido que os mesmos estão escritos em termos da base do referencial do corpo. Além disso, a única velocidade angular de interesse no trabalho é a própria velocidade angular do corpo em relação ao sistema inercial, que é a fornecida pelos sensores.

Por isso, as letras x , y e z denotarão os respectivos eixos no sistema do corpo. Assim, a grandeza \mathbf{a} a ser medida pode ser escrita no referencial do corpo como:

$$\mathbf{a} = \begin{bmatrix} a_x & a_y & a_z \end{bmatrix}^T$$

Como a medida de um sensor é dada pela projeção da grandeza verdadeira no eixo do sensor, tem-se que a medida do i -ésimo sensor é dada pelo produto escalar entre a própria grandeza e o versor do eixo do sensor. O versor do eixo do i -ésimo sensor é denotado por $\hat{\mathbf{g}}_i$. Assim, a medida é dada por:

$$\bar{a}_i = \mathbf{a} \circ \hat{\mathbf{g}}_i \tag{2.25}$$

É possível escrever \mathbf{a} como:

$$\mathbf{a} = a_x \cdot \hat{\mathbf{i}} + a_y \cdot \hat{\mathbf{j}} + a_z \cdot \hat{\mathbf{k}} \tag{2.26}$$

sendo $\hat{\mathbf{i}}$, $\hat{\mathbf{j}}$ e $\hat{\mathbf{k}}$ os versores dos eixos x , y e z do sistema do corpo.

Além disso, o versor $\hat{\mathbf{g}}_i$ também pode ser escrito, analogamente, da seguinte forma:

$$\hat{\mathbf{g}}_i = g_{ix} \cdot \hat{\mathbf{i}} + g_{iy} \cdot \hat{\mathbf{j}} + g_{iz} \cdot \hat{\mathbf{k}}$$

Reescrevendo, utilizando a mesma lógica da equação 2.25, chega-se em:

$$\hat{\mathbf{g}}_i = (\hat{\mathbf{g}}_i \circ \hat{\mathbf{i}}) \cdot \hat{\mathbf{i}} + (\hat{\mathbf{g}}_i \circ \hat{\mathbf{j}}) \cdot \hat{\mathbf{j}} + (\hat{\mathbf{g}}_i \circ \hat{\mathbf{k}}) \cdot \hat{\mathbf{k}} \quad (2.27)$$

Substituindo 2.26 e 2.27 em 2.25, aplicando a propriedade distributiva do produto escalar e utilizando o fato de que o sistema do corpo é ortogonal, isto é:

$$\hat{\mathbf{i}} \circ \hat{\mathbf{j}} = \hat{\mathbf{i}} \circ \hat{\mathbf{k}} = \hat{\mathbf{j}} \circ \hat{\mathbf{k}} = 0 \quad (2.28)$$

chega-se em:

$$\bar{a}_i = a_x \cdot (\hat{\mathbf{g}}_i \circ \hat{\mathbf{i}}) + a_y \cdot (\hat{\mathbf{g}}_i \circ \hat{\mathbf{j}}) + a_z \cdot (\hat{\mathbf{g}}_i \circ \hat{\mathbf{k}}) \quad (2.29)$$

Análogo para \bar{a}_j e \bar{a}_k . Nota-se da equação 2.29 que é possível escrever as medidas em forma matricial:

$$\bar{\mathbf{a}} = \mathbf{H} \cdot \mathbf{a} \quad (2.30)$$

onde $\bar{\mathbf{a}}$, apresentado na equação 2.24, é uma matriz $n \times 1$ com as medições dos sensores. \mathbf{a} é a matriz de estados 3×1 , que no caso, corresponde a grandeza vetorial a ser medida. E \mathbf{H} é uma matriz $n \times 3$ que transforma os estados (velocidades angulares ou forças específica) nas medidas dos sensores. Observando a equação 2.29, nota-se que o termo geral da matriz \mathbf{H} , denotado por h_{ij} , é dado por:

$$h_{ij} = \hat{\mathbf{g}}_i \circ \hat{\mathbf{e}}_j \quad (2.31)$$

onde $\hat{\mathbf{e}}_1 = \hat{\mathbf{i}}$, $\hat{\mathbf{e}}_2 = \hat{\mathbf{j}}$, $\hat{\mathbf{e}}_3 = \hat{\mathbf{k}}$.

Ou seja, \mathbf{H} é a matriz dos cossenos diretores dos eixos dos sensores. Assim, percebe-se que as medições dependem apenas das posições individuais dos sensores, o que é plenamente intuitivo, já que, por hipótese, um sensor não influencia na medida do outro.

A equação 2.30 informa as medidas para uma dada grandeza (velocidade angular ou força específica), mas geralmente deseja-se realizar o processo contrário, isto é, dadas as medidas, deseja-se encontrar a verdadeira velocidade angular ou força específica.

Para resolver isso, recorre-se ao conceito de matriz pseudoinversa (ou Inversa de Moore-Penrose), descrito em Ben-Israel e Greville (2007). A pseudoinversa de uma matriz \mathbf{H} é denotada por \mathbf{H}^+ . No Apêndice A, discorre-se sobre matriz pseudoinversa com mais detalhes. Esta matriz, no caso \mathbf{H}^+ , é de ordem $3 \times n$.

Multiplicando a equação 2.30 pela matriz pseudoinversa \mathbf{H}^+ pela esquerda, tem-se:

$$\mathbf{H}^+ \bar{\mathbf{a}} = \mathbf{H}^+ \mathbf{H} \cdot \mathbf{a}$$

$$\mathbf{a} = \mathbf{H}^+ \bar{\mathbf{a}} = \hat{\mathbf{a}} \quad (2.32)$$

Neste caso, evidentemente, como as medidas são perfeitas, a estimação das velocidades angulares $\hat{\mathbf{a}}$ é exatamente o valor real \mathbf{a} . A explicação para esse procedimento, isto é, o fato de que $\mathbf{H}^+ \mathbf{H} = \mathbf{I}_{3 \times 3}$, encontra-se no Apêndice A.

Mas as medidas dos sensores não são perfeitas e podem ter erros de ruído, viés e falhas. Os erros de ruído podem ser modelados por um vetor $\boldsymbol{\nu}$ de ruído branco gaussiano de matriz de covariância $Cov[\boldsymbol{\nu}]$ diagonal, devido ao fato que os ruídos de cada sensor são descorrelacionados entre si. Já os erros de viés e falhas podem ser modelados por vetores, onde cada componente representa o respectivo viés e termo de falha de cada sensor (MARKLEY; CRASSIDIS, 2014) (BAR-SHALOM *et al.*, 2001). Assim, a expressão 2.30 fica da seguinte forma:

$$\bar{\mathbf{a}} = \mathbf{H} \cdot \mathbf{a} + \mathbf{B} + \boldsymbol{\nu} + \mathbf{F} \quad (2.33)$$

sendo \mathbf{B} o vetor de viés e \mathbf{F} o vetor de termos de falhas. Todos os três vetores (viés, ruído e falhas) são de ordem $n \times 1$, onde n é o número de sensores. Os erros de falhas, em condições normais de operação, são nulos. Os erros de viés, de forma coerente com a equação 2.23, pode ter seu *random walk* modelado da seguinte forma:

$$\mathbf{B}_{k+1} = \mathbf{B}_k + \boldsymbol{\eta} \cdot \Delta t \quad (2.34)$$

$\boldsymbol{\eta}$ é um vetor de ruído branco gaussiano de matriz de correlação $Cov[\boldsymbol{\eta}]$ diagonal. A equação 2.34 está discretizada no tempo, sendo o subscrito o instante de tempo.

Já os erros de desalinhamento dos sensores se devem ao fato de que os eixos verdadeiros dos sensores não estão perfeitamente alinhados com os eixos nominais de projeto. Estes erros são modelados por uma matriz de desalinhamento \mathbf{S} , que é somada a matriz de cossenos diretores, ficando a equação da seguinte forma:

$$\bar{\mathbf{a}} = (\mathbf{H} + \mathbf{S}) \cdot \mathbf{a} + \mathbf{B} + \boldsymbol{\nu} + \mathbf{F} \quad (2.35)$$

Os erros de desalinhamento são desconhecidos *a priori*, porém, a matriz \mathbf{S} pode ser estimada com a utilização de um Filtro de Kalman nos momentos de calibração da plataforma (BAR-SHALOM *et al.*, 2001); e pode ser modelada como uma matriz composta por elementos que são aleatoriamente “escolhidos” ao realizar a montagem do bloco, isto é, os elementos desta matriz são tomados como a realização de uma variável aleatória com mé-

dia nula (não há uma tendência na direção de desalinhamento), e este valor da realização se mantém constante durante toda a operação (OLIVEIRA, 2011).

O tempo de missão, magnitude, taxa de amostragem, condições de operação podem possibilitar ao projetista simplificar esses modelos ou não.

Assim, repetindo o processo de multiplicar pela esquerda por \mathbf{H}^+ a equação 2.35, tem-se que a estimativa de \mathbf{a} é dada por:

$$\hat{\mathbf{a}} = \mathbf{H}^+ \bar{\mathbf{a}} = \mathbf{H}^+ [(\mathbf{H} + \mathbf{S}) \cdot \mathbf{a} + \boldsymbol{\nu} + \mathbf{B} + \mathbf{F}] \quad (2.36)$$

$$\hat{\mathbf{a}} = \mathbf{a} + \mathbf{H}^+ [\mathbf{S} \cdot \mathbf{a} + \boldsymbol{\nu} + \mathbf{B} + \mathbf{F}] \quad (2.37)$$

Da equação 2.37, observa-se que, para o caso geral, a estimativa de \mathbf{a} é dada pelo próprio \mathbf{a} somado de um conjunto de termos que dependem das fontes de erro. A partir daí, surge a necessidade de minimizar a influência desses erros no processo de medidas. Na equação acima, a única variável da qual o projetista do sistema possui pleno controle é a matriz de cossenos de diretores, que aparece indiretamente por sua pseudoinversa \mathbf{H}^+ , logo é natural que se busque uma matriz (ou seja, uma configuração geométrica dos sensores) que minimize os efeitos dos erros. Esse processo é discutido na próxima subseção.

2.3.5 Critério GDOP

Tendo em vista a equação 2.37 e o fato de que a única variável com pleno controle do projetista é a matriz \mathbf{H} , busca-se uma forma de minimizar o efeito dos erros no processo de medidas. Para isso, é necessário fazer algumas simplificações para a análise:

- O *bias* de cada sensor é constante. Isto é, não há *Random Walk* no viés.
- As falhas, *a priori*, são nulas.
- Os erros de desalinhamento possuem esperança nula, isto é, $E[\mathbf{S}] = \mathbf{0}$.

A primeira simplificação é de fato uma aproximação e sua justificativa se dá pelo fato da simplicidade matemática para buscar um critério de melhor configuração geométrica. Porém, não é uma aproximação absurda, tendo em vista que o *Random Walk* é tal que o *bias* flutue em torno de um determinado valor. Além disso, quanto menor o tempo de operação, mais verídica é esta aproximação.

A simplificação das falhas serem nulas se deve ao fato de que se espera que o sensor comece funcionando corretamente. A detecção de falhas é aplicada justamente para alertar

quando o vetor de falhas deixa de ser nulo. Evidentemente, se o vetor de falhas não for nulo, o próprio sistema de detecção alertará tal fato, ou mesmo isso pode ser percebido no processo de calibração da plataforma.

Por fim, a simplificação dos erros de desalinhamento se deve ao fato de que não há uma tendência na direção do erro. Além disso, esses erros são constantes ao longo do tempo (OLIVEIRA, 2011). Com as simplificações, a estimativa se torna:

$$\hat{\mathbf{a}} = \mathbf{a} + \mathbf{H}^+ [\mathbf{S} \cdot \mathbf{a} + \boldsymbol{\nu} + \mathbf{B}] \quad (2.38)$$

Calcula-se a covariância da estimativa, $Cov[\hat{\mathbf{a}}]$. O cálculo é detalhado no Apêndice A.

$$Cov[\hat{\mathbf{a}}] = E [(\hat{\mathbf{a}} - E[\hat{\mathbf{a}}])(\hat{\mathbf{a}} - E[\hat{\mathbf{a}}])^T] \quad (2.39)$$

$$Cov[\hat{\mathbf{a}}] = \mathbf{H}^+ \cdot Cov[\boldsymbol{\nu}] \cdot \mathbf{H}^{+T} \quad (2.40)$$

A matriz $Cov[\boldsymbol{\nu}]$ é diagonal com elementos correspondentes às variâncias de cada sensor, ou seja, o i -ésimo elemento da diagonal é σ_i^2 que é a variância do ruído do i -ésimo sensor.

Não é estranho intuir que uma menor covariância da estimativa significaria medidas mais precisas. Um critério que utiliza essa ideia para avaliar o desempenho de sensores, na sua configuração espacial, é o DOP, que significa Diluição de Precisão (*Dilution of Precision*). Se as variâncias de todos os sensores forem iguais, tem-se o GDOP, Diluição Geométrica de Precisão (*Geometric Dilution of Precision*), pois só dependerá puramente da geometria do arranjo de sensores. Se as variâncias forem distintas, há uma ponderação no GDOP, que é chamada de WGDOP, Diluição Geométrica de Precisão Ponderada (*Weighted Geometric Dilution of Precision*). Esses critérios são muito utilizados na análise de GNSS, como o GPS, onde se considera a posição dos satélites em relação ao receptor. Quando os satélites estão muito próximos (linhas de visada próximas) a precisão tende a ser pior. No caso destes critérios, GDOP e WGDOP, quanto menor for o seu valor, melhor é a configuração. Esse critério foi usado em Oliveira (2011) e é explicado com mais detalhes em Chen *et al.* (2013). As equações para o cálculo destes parâmetros são:

$$GDOP = \sqrt{tr(\mathbf{H}^T \mathbf{H})^{-1}} \quad (2.41)$$

$$WGDOP = \sqrt{tr(\mathbf{H}^T \mathbf{W} \mathbf{H})^{-1}} \quad (2.42)$$

onde a matriz de pesos \mathbf{W} é dada pelo inverso da matriz de covariância, ou seja:

$$\mathbf{W} = (\text{Cov}[\boldsymbol{\nu}])^{-1} \quad (2.43)$$

O GDOP é o caso particular para variâncias de ruído unitárias. O uso do traço, nas equações 2.41 e 2.42, se deve ao fato de que os elementos da diagonal principal de uma matriz de covariância são as próprias variâncias, enquanto a raiz leva de soma de variâncias para um desvio padrão. No trabalho de Sturza (1988), o autor cita que, para o caso de GDOP, o desvio padrão da estimativa é dado pelo produto do desvio padrão do ruído dos sensores (σ) pelo GDOP, ou seja:

$$\sigma_{est} = \sigma \cdot GDOP \quad (2.44)$$

Outra forma de compreender esse critério é observar este fator como um multiplicador do erro tridimensional da estimativa, quanto maior o GDOP (ou WGDOP), maior é o erro da estimativa. No apêndice A mostra-se como partir da equação 2.40 e chegar no termo dentro da raiz da equação 2.41.

Evidentemente, não há como determinar pelo WGDOP uma geometria ótima para todos os sensores, pois há a dependência das variâncias de cada sensor, a não ser que já fossem conhecidos os exatos sensores que seriam embarcados, o que tornaria a solução extremamente particularizada. Por isso, é razoável buscar uma configuração geométrica que obtenha bons resultados no GDOP, isto é, baixos valores de GDOP.

Nos trabalhos de Oliveira (2011) e Sturza (1988), tem-se que, se os elementos da diagonal principal de $\mathbf{H}^T \mathbf{H}$ forem todos iguais, então o GDOP é mínimo para aquela quantidade de sensores. Fisicamente, isso significaria que o erro tridimensional está esfericamente distribuído. Isso resulta que configurações em formas de Poliedros Platônicos (mostrados na figura 2.24) são configurações de mínimo GDOP para seus respectivos números de faces. Todavia, isso não quer dizer que, por exemplo, para 4 sensores, o tetraedro seja a única configuração com GDOP mínimo (no caso do tetraedro, $GDOP = 1,5$), pois há outras configurações que proporcionam o mesmo valor de GDOP, por exemplo, uma configuração com os 4 sensores dispostos em cone com ângulo de abertura de $54,736^\circ$, espaçados igualmente.

Com 4 sensores, sabe-se que um dos arranjos ótimos é o tetraédrico. Assim, calculando o GDOP deste arranjo, descobre-se o GDOP mínimo para 4 sensores. Nesse arranjo, os versores são perpendiculares à face de um tetraedro regular.

Seja o tetraedro de vértices ABC na base e D como vértice superior. Para fins de cálculo, toma-se a origem do sistema centrada na base ABC de forma que o eixo x passe

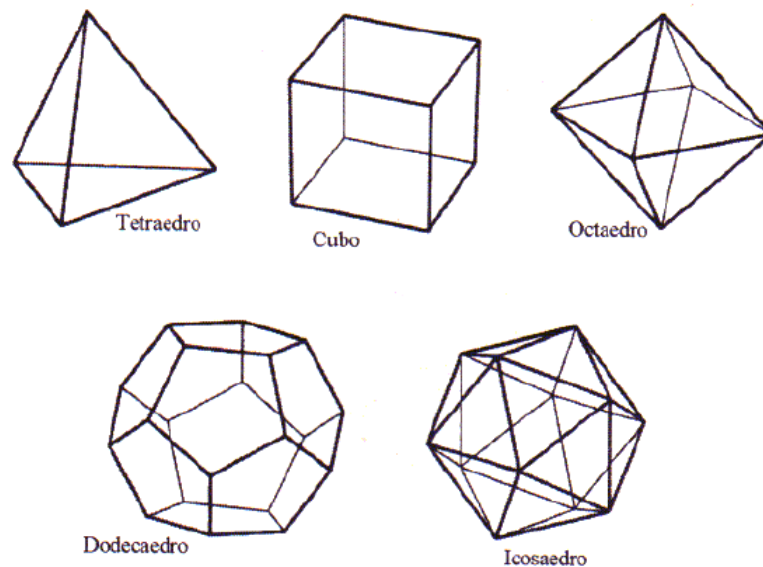


FIGURA 2.24 – Sólidos Platônicos (OLIVEIRA, 2011).

pelo ponto A e o eixo z passe pelo ponto D. O eixo y completa o sistema dextrógiro. Os versores do tetraedro $\hat{\mathbf{v}}_1$, $\hat{\mathbf{v}}_2$, $\hat{\mathbf{v}}_3$ e $\hat{\mathbf{v}}_4$ correspondem as faces ABC, ABD, ACD, BCD respectivamente. Estes versores podem ser calculados com certa geometria e conhecimento dos ângulos do tetraedro. Assim, tem-se a seguinte matriz de cossenos diretores:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ \sqrt{2}/3 & \sqrt{6}/3 & 1/3 \\ \sqrt{2}/3 & -\sqrt{6}/3 & 1/3 \\ -\sqrt{8}/3 & 0 & 1/3 \end{bmatrix} \quad (2.45)$$

Substituindo esta matriz na equação 2.41, tem-se que: $GDOP_{tetra} = 1,5$

Uma configuração muito comum para 4 girômetros é a configuração onde 3 sensores são ortogonais entre si, alinhados com um sistema de eixos ortogonal, e um quarto sensor é colocado com o eixo oblíquo e equidistante aos demais, isto é, com ângulo de $54,736^\circ$ entre este quarto eixo e os demais. Esta configuração é mostrada na figura 2.25. Nesse caso, a matriz de cossenos diretores é dada por:

$$\mathbf{H} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \sqrt{3}/3 & \sqrt{3}/3 & \sqrt{3}/3 \end{bmatrix}$$

O GDOP obtido não foi ótimo, com valor de $GDOP \approx 1,581$. Ou seja, esse arranjo, que é muito comum devido à sua simplicidade, não é ótimo para 4 sensores.

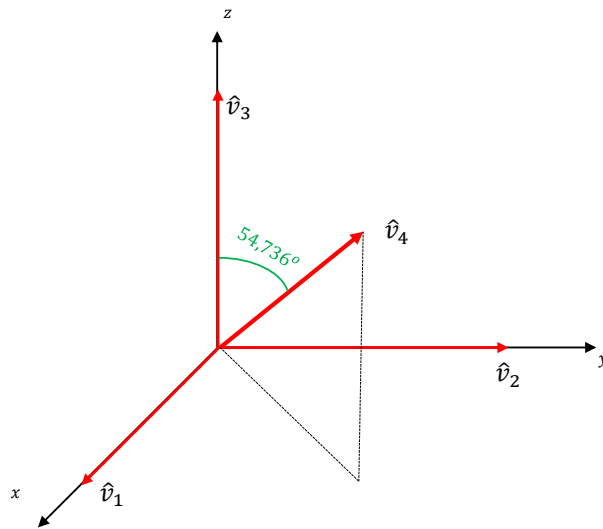


FIGURA 2.25 – Configuração com 3 sensores ortogonais e 1 oblíquo.

Para um sistema com 4 sensores, é fácil conhecer o GDOP mínimo, uma vez que existe um poliedro platônico correspondente. Mas para um sistema com 5 sensores, por exemplo, não há um sólido correspondente. Sturza (1988) apresenta um estudo onde são analisadas duas classes de arranjos geométricos de sensores, denominadas Classe I e Classe II. A Classe I consiste na distribuição dos n sensores com seus eixos sobre a superfície de um cone de meio ângulo de abertura α , igualmente espaçados. E a Classe II consiste em colocar um sensor alinhado com o eixo de simetria do cone, e distribuir os outros $n - 1$ sensores no cone de meio ângulo de abertura α , igualmente espaçados. Os arranjos são ilustrados para $n = 5$ nas figuras 2.26 e 2.27.

Observa-se que a configuração tradicional de 3 sensores, um em cada eixo ortogonal, é um caso particular da classe I. Essa configuração é chamada de *triad hexaedral*. É um caso de ângulo $\alpha = 54,736^\circ$. Neste caso, não é difícil perceber que a matriz \mathbf{H} é igual a matriz identidade para algum sistema de coordenadas cartesianas ortogonal. O que leva a um $GDOP = \sqrt{3} \approx 1,73$. Evidentemente, este GDOP é maior que o do tetraedro.

O arranjo de tetraedro é um caso particular da classe II, é chamado de *tetrad tetraedral* e tem um ângulo $\alpha = 70,529^\circ$. Já o caso em que há 3 sensores alinhados com os eixos ortogonais e um oblíquo aos demais também é um caso da classe II. Nela, $\alpha = 54,736^\circ$.

Em Sturza (1988), é feita a dedução dos valores ótimos do ângulo α para as duas classes de arranjos. Os cálculos são minimizações da função de GDOP em relação a α . Sendo α_I para a classe I e α_{II} para a classe II, os resultados são:

$$\alpha_I = \arctan(\sqrt{2}) = 54,736^\circ \quad (2.46)$$

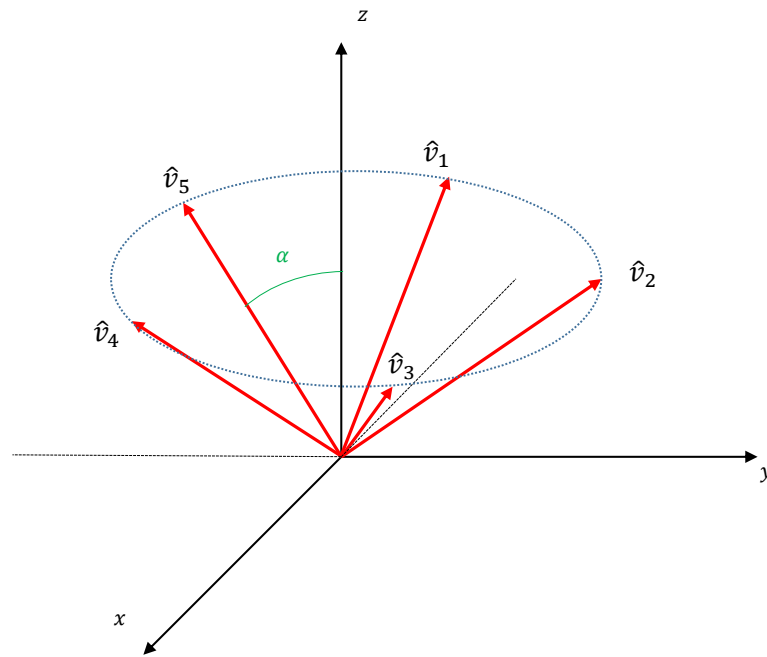


FIGURA 2.26 – Arranjo classe I para 5 sensores.

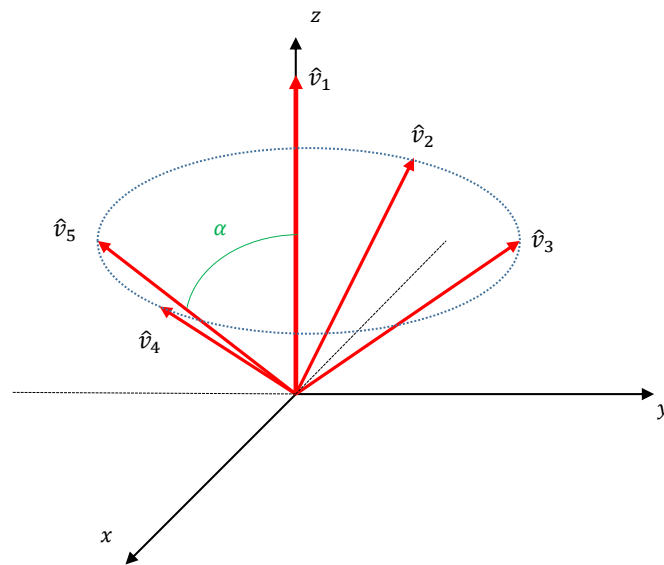


FIGURA 2.27 – Arranjo classe II para 5 sensores.

$$\alpha_{II} = \arccos \left(\sqrt{\frac{n-3}{3(n-1)}} \right) \quad (2.47)$$

O GDOP mínimo em função do número de sensores é dado por:

$$GDOP_{MIN} = \frac{3}{\sqrt{n}} \quad (2.48)$$

É interessante o fato de que o GDOP decai assintoticamente para 0 conforme aumenta-se o número de sensores, e o efeito de um sensor novo se torna cada vez menor conforme se aumenta o número de sensores, devido à raiz no denominador. Por exemplo, 9 sensores dariam um GDOP de 1, isto é diminuiria em apenas 33% o GDOP em comparação com o GDOP mínimo de 4 sensores, enquanto os sensores aumentariam em 125%.

Eis na tabela 2.2 os GDOP's mínimos para os número de sensores, e os respectivos α_I e α_{II} ; e $\theta_I = 360^\circ/n$ e $\theta_{II} = 360/(n - 1)$, que são o ângulo de espaçamento dos sensores no cone, para as classes I e II. Nota-se que não há configuração classe II para 3 sensores.

TABELA 2.2 – GDOP's mínimos em função do número de sensores e classe.

n	$GDOP_{MIN}$	α_I	θ_I	α_{II}	θ_2
3	1,73	54,736°	120°	—	—
4	1,50	54,736°	90°	70,529°	120°
5	1,34	54,736°	72°	65,905°	90°
6	1,22	54,736°	60°	63,435°	72°

Assim, foi possível estabelecer um critério objetivo para a escolha de um arranjo geométrico que minimize os efeitos dos erros. De fato, a configuração tetraédrica é muito utilizada em conjuntos de 4 sensores e esse é o principal motivo pelo qual ela é escolhida.

Assim, encerra-se esta seção que apresenta os conceitos necessários para a compreensão da tese nos assuntos relativos ao modelo de medidas do sistema. Toda essa discussão é necessária para a implementação de modelos de simulação computacional do sistema.

2.4 Filtragem de Dados

Esta seção tem como objetivo apresentar a teoria necessária para compreender a implementação dos filtros utilizados nesta DM e está dividida em quatro subseções. Na primeira é discutido o uso do Filtro de Mediana (FM) para suprimir *outliers*, que correspondem ao modo de falha “impulso”. Na segunda subseção discute-se a utilização de um Filtro Passa Baixas para minimizar os efeitos de ruídos, que podem dificultar as atividades do sistema FDI. Na terceira se discute a ordem de aplicação dos filtros. Por fim, na última, discute-se os efeitos dos filtros no atraso do sistema FDI.

2.4.1 Filtro de *Outliers* - Filtro de Mediana

Conforme apresentado na subseção 2.2.3, o surgimento de *outliers* em meio às medidas de um sensor é um modo de falha possível. Este fenômeno também é chamado de impulso, ruído espúrio ou *spike*. O seu aparecimento pode ter origem completamente aleatória e

sua duração, em geral, é de uma amostra. Apesar da duração extremamente curta, tal falha pode atrapalhar o processo de navegação, ou mesmo pode levar o sistema FDI a acusar desnecessariamente uma falha, que no instante seguinte já é “sanada”. É intuitivo pensar em alguma espécie de filtro que “perceba” que um determinado valor está muito destoante dos demais e “suprima” este valor. Isso pode ser feito de diversas formas, mas as mais comuns são o Filtro de Mediana (FM) e o Filtro de Média.

Neste trabalho, o FM foi escolhido devido a certas vantagens quando comparado com o Filtro de Média. A principal vantagem é que o FM, por utilizar a mediana ao invés da média, é um filtro mais robusto (RUSSEAW, 1990). Além disso, o FM preserva melhor as “bordas” em um sinal do que o Filtro de Média (ARIAS-CASTRO; DONOHO, 2009). Todavia, o FM de mediana não é um filtro linear, o que faz com que seja necessário certo cuidado com a ordem de aplicação dos filtros.

2.4.1.1 Mediana como Estimador

Para uma dada amostra de dados de uma medição de tamanho l , é comum e intuitivo a utilização da média para estimar o valor verdadeiro que estava sendo medido. Todavia, se uma das medidas estiver errada de forma muito discrepante das demais, então a média será “puxada” por essa medida discrepante. Se a mediana for utilizada para estimar o valor verdadeiro, não haverá distorção significativa no valor estimado. Observa-se o exemplo que é dado em Russeaw (1990), sejam os números:

$$5, 59; 5, 66; 5, 63; 5, 57; 5, 60$$

A média pode ser calculada da seguinte forma:

$$T = \bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_l}{l} \quad (2.49)$$

A letra T significa, de maneira genérica, um estimador local, que é o caso da média e da mediana, ou seja, um operador que busca estimar o valor “verdadeiro” de um determinado parâmetro ou variável por meio de um conjunto de medidas. A barra acima da variável \bar{x} indica média, e não deve ser confundida com a barra utilizada para medida na seção 2.3.

Já a mediana de um conjunto de dados é obtida da seguinte forma: ordena-se os números em ordem crescente, se l for ímpar, seleciona-se o $(l + 1)/2$ -ésimo elemento na ordenação, se l for par, seleciona-se a média entre o $l/2$ -ésimo e o $(l+2)/2$ -ésimo elementos. Aqui, denota-se a mediana de uma amostra com os elementos x_i , com $i = 1; \dots; l$ como:

$$T = \text{mediana}_i(x_i)$$

A média destes números é 5,61, enquanto a mediana é 5,60. Como se pode perceber, a diferença entre ambas é pequena, o que é o esperado em uma amostra onde os erros são distribuídos de maneira simétrica.

Porém, em Russeaw (1990), é suposto um erro de digitação, onde se troca o número 5,57 por 55,7, assim, a amostra contaminada se torna:

$$5, 59; 5, 66; 5, 63; 55, 7; 5, 60$$

Nesse caso, a nova média é dada por 15,64, enquanto a mediana fica em 5,63. Ou seja, enquanto a média acusou um valor que é da ordem do triplo de um valor “razoável”, a mediana permaneceu praticamente inalterada. Em alguns casos, é possível que a mediana não sofra nenhuma alteração.

Isso leva à definição de um estimador robusto. Um estimador robusto é aquele que pouco é afetado pela alteração em um (ou poucos) dados da sua amostra. Um critério de robustez citado em Russeaw (1990) é o *breakdown point*, que corresponde à menor fração (do total de dados) de quantos dados precisam ser contaminados para que seu estimador tenha seu valor indefinidamente alterado. Para a média, este *breakdown point* é $1/l$, pois alterando apenas 1 dos l elementos, pode-se alterar o valor da média indefinidamente. Já para a mediana, o *breakdown point* vale 50%, isto é, precisa-se contaminar, pelo menos, metade dos dados com *outliers* para que sua mediana seja alterada indefinidamente. Vale observar que este corresponde ao pior caso, isto é, quando todos os *outliers* são inseridos de “um mesmo lado” da amostra. Um *breakdown point* de 50% é o máximo de robustez que se pode alcançar, pois se mais da metade dos dados for contaminada, não há como distinguir quais são os dados originais e quais são os dados contaminados (RUSSEAW, 1990).

O estimador de mediana também é um estimador equivariante e, como consequência disso, se todos os dados forem multiplicados por uma constante c e somados de uma constante d , então o resultado do estimador também é multiplicado por c e somado de d (RUSSEAW, 1990). Matematicamente:

$$T(\{c \cdot x_1 + d; \dots; c \cdot x_l + d\}) = c \cdot T(\{x_1; \dots; x_l\}) + d \quad (2.50)$$

onde $T(\bullet)$ é o estimador equivariante. A média também é um estimador equivariante.

Além de estimar o valor verdadeiro de um determinado conjunto de medidas, é importante estimar o espalhamento (ou escala) destas medidas. O estimador de espalhamento

mais conhecido é o desvio padrão, que é dado por:

$$S = \sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^l (x_i - \bar{x})^2}{l - 1}} \quad (2.51)$$

A letra S significa de maneira genérica um estimador de espalhamento.

Porém, esse estimador não é robusto, uma vez que a alteração em apenas um valor dos elementos da amostra pode distorcê-lo indefinidamente. O *breakdown point* deste estimador é $1/l$. Um estimador de espalhamento mais robusto é a mediana de todas as diferenças absolutas (MAD), dada por:

$$S = 1,483 \cdot \text{mediana}_j [|x_j - \text{mediana}_i(x_i)|] \quad (2.52)$$

Na equação 2.52, $\text{mediana}_i(x_i)$ é simplesmente a mediana do conjunto de números em questão. Então realiza-se a diferença entre cada número deste conjunto e esta mediana, isto é, realiza-se o cálculo $|x_j - \text{mediana}_i(x_i)|$ para $j = 1; \dots; l$. Então toma-se a mediana destes l resultados. Esse estimador também tem *breakdown point* de 50%, sendo robusto. O termo 1,483 existe para manter o estimador consistente com a escala das distribuições normais (RUSSEAW, 1990).

Para encontrar e detectar *outliers*, utiliza-se o método de desvios normalizados, chamados de *z-scores*. Para um i -ésimo elemento, tem-se que seu *z-score* é dado por:

$$z_i = \frac{x_i - T}{S} \quad (2.53)$$

Atribui-se um valor de corte tal que se $|z_i|$ for maior que este valor de corte, então x_i é considerado um *outlier*. Em Russeaw (1990) são calculados os *z-scores* de cada um dos pontos da amostra contaminada (com o erro de digitação). Primeiro, utilizando média $T = \bar{x}$ e desvio padrão $S = \sigma$, tem-se:

$$-0,45; -0,45; -0,45; 1,79; -0,45$$

Observa-se que o *outlier* não seria percebido, mesmo com um valor de corte de 1,8. Ou seja, tais estimadores dificultam a observação do *outlier*. Tal fato ocorre, pois tanto a média quanto o desvio padrão são “puxados” pelo *outlier*. Já para o caso utilizando T como a mediana, e S como o MAD, tem-se:

$$-0,90; 0,67; 0,00; 1125,17; -0,67$$

Claramente o *outlier* seria percebido. Com o que foi discutido nesta subseção pode-se prosseguir para explicar o modelo utilizado na implementação do FM.

Vale lembrar que o FM não é um filtro ótimo nem um filtro linear, mas sua simplicidade, robustez e o fato de preservar bordas faz com que seu uso seja bastante difundido. É muito utilizado em processamento de imagens (ARIAS-CASTRO; DONOHO, 2009).

2.4.1.2 Modelo do Filtro de Mediana

A implementação de um FM é relativamente simples. De maneira simples, para um conjunto de dados, um FM de dimensão l é aplicado da seguinte forma: Selecionam-se l elementos em torno do i -ésimo elemento (elemento central) do conjunto de dados, com l ímpar, ou seja, uma janela com o i -ésimo elemento e com os $(l-1)/2$ vizinhos à esquerda e à direita do elemento central. No caso, os termos “esquerda” e “direita” podem representar “anteriores” ou “posteriores” em um sentido temporal da aquisição de dados. Um FM simples atribuiria ao i -ésimo elemento o valor da mediana dos elementos desta janela. Daí surgem duas variantes do filtro, o recursivo e o simples. No filtro recursivo, o valor do i -ésimo elemento é substituído pelo valor resultante dos cálculos do filtro, passando a ser utilizado nos próximos cálculos do filtro. Já no filtro simples, o novo valor calculado é colocado em um outro vetor de dados, não alterando os dados originais da aquisição.

Para exemplificar e clarificar o que foi dito: considera-se que o operador $T(\bullet)$ é o operador de mediana para uma janela de l elementos. Seja $x(i)$ a i -ésima amostra de um conjunto de dados. Assim, o i -ésimo elemento filtrado, denotado por $y(i)$, será:

$$y(i) = T(\{x(i - (l - 1)/2); \dots; x(i - 1); x(i); x(i + 1); \dots; x(i + (l - 1)/2)\})$$

Vale observar que os termos x são os valores originais da aquisição de dados, enquanto os valores y são a saída (*output*) do filtro. Já no FM recursivo, os valores anteriores a $x(i)$ são substituídos pelos valores já filtrados, ou seja:

$$y(i) = T(\{y(i - (l - 1)/2); \dots; y(i - 1); x(i); x(i + 1); \dots; x(k + (l - 1)/2)\})$$

Segundo Oliveira (2011), o filtro recursivo possui um desempenho melhor para a atenuação do ruído, possibilitando uma convergência mais rápida que o filtro simples. Uma vantagem do filtro recursivo para sistemas embarcados, que é o caso desta DM, é que o mesmo necessita de menos memória para operar, pois reescreve os resultados sobre o próprio vetor de dados advindos do sensor, enquanto o filtro simples cria um novo vetor

com os dados filtrados. Uma desvantagem é que ele realiza modificações no vetor de dados originais que, por algum motivo, pode ser importante para uma análise posterior.

Para que o filtro elimine os *outliers* alterando o mínimo possível os dados originais das medições, utiliza-se o critério do *z-score*, apresentado anteriormente, para fazer com que o filtro atue apenas nos *outliers* detectados. Assim, realiza-se em cada janela de tamanho l o procedimento de calcular para seu elemento central o seu *z-score*, conforme a equação 2.53. Assim, os dados que não são *outliers* não serão alterados.

É importante notar que, com este procedimento, é possível detectar e recuperar o sensor das falhas do tipo impulso de maneira simples e rápida. Ou seja, esse filtro proporciona a solução de um dos modos de falha.

Na figura 2.28, tem-se um conjunto de dados gerados que apresentam ruídos espúrios. Os dados representam uma suposta medida de um girômetro. A velocidade angular verdadeira é nula no exemplo. Os mesmos dados foram tratados com um filtro de mediana de janela de tamanho $l = 3$ e limite de *z-score* de $z_{lim} = 2,5$ e os resultados são apresentados na figura 2.29. É nítido como os *outliers* foram suprimidos pelos filtro.

2.4.2 *Smoothing* - Filtro Passa Baixas

Após passar os dados dos sensores por um FM para a remoção dos *outliers*, é desejável também remover ou amenizar os erros de ruído. O processo de remoção de erros de ruído é um processo de filtragem, muitas vezes chamado de *smoothing*, que pode ser traduzido como suavização. Tal processo visa gerar um sinal que seja “suavizado” em comparação com o sinal ruidoso. Isso garante uma melhor confiança nos valores medidos, evitando assim falsos alarmes que possam ser causados por dados ruidosos.

Os filtros que geralmente realizam esse processo são os filtros categorizados como Filtros Passa Baixas, isto é, são filtros que permitem a passagem das componentes de menor frequência (abaixo de uma determinada frequência de corte), removendo ou atenuando as componentes de maior frequência.

2.4.2.1 Domínio da Frequência

Para analisar o espectro de frequência de um dado sinal é preciso fazer uma transformação deste sinal do domínio do tempo para o domínio da frequência. É no domínio do tempo onde é feita a maioria das análises físicas e onde se observa o comportamento do sinal em uma forma “sinal por tempo”, como no gráfico das figuras 2.4 a 2.12. O domínio da frequência é onde se observam as frequências que estão presentes naquele sinal. A percepção física no domínio da frequência é menos intuitiva do que no domínio do tempo,

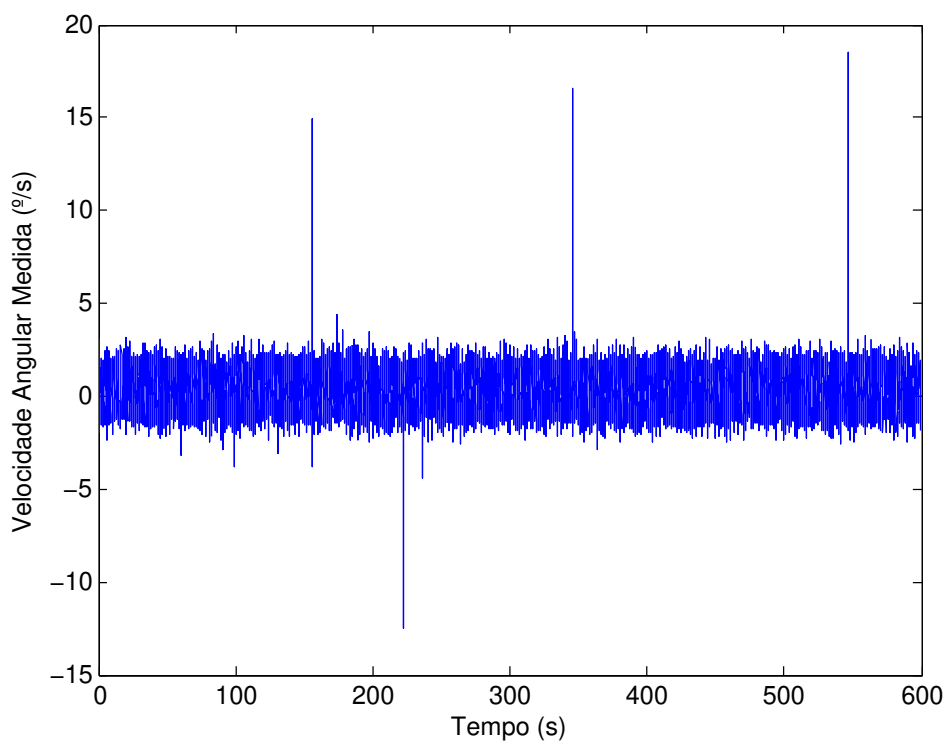


FIGURA 2.28 – Dados gerados com presença de *outliers*.

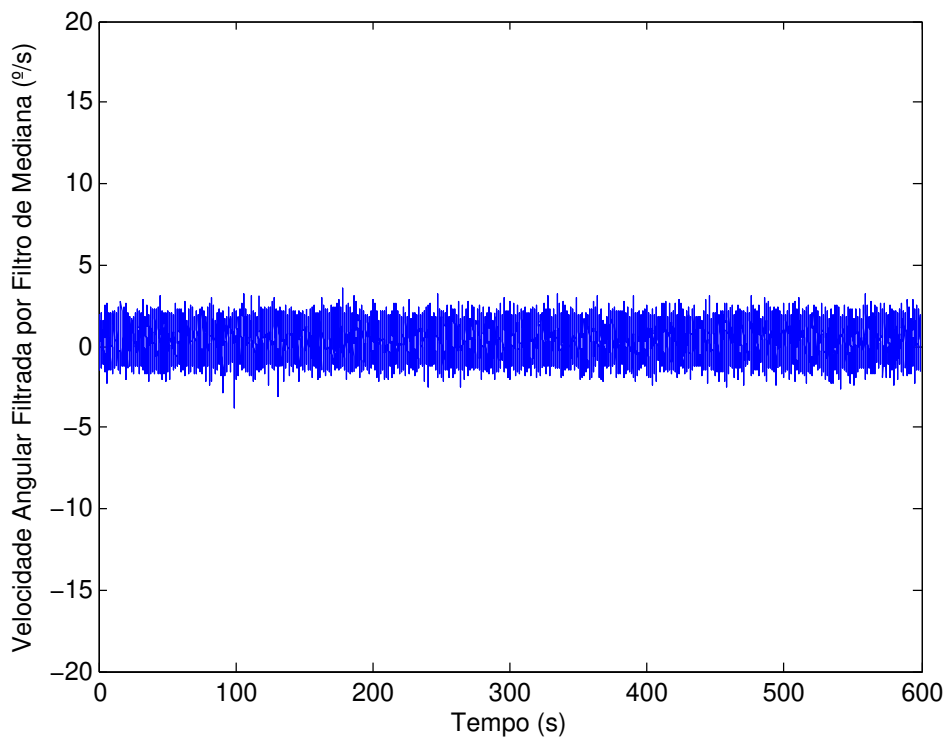


FIGURA 2.29 – Dados tratados pelo FM com janela de tamanho $l = 3$.

mas a física deste domínio pode ser explicada com auxílio da matemática.

Da Teoria de Análise de Fourier, feita em Chui (1992), seja f uma função periódica de período 2π . É dito que $f \in L(0; 2\pi)$, isto é, f é quadrado integrável no intervalo $(0; 2\pi)$, quando satisfaz:

$$\int_0^{2\pi} |f(t)|^2 dt < \infty \quad (2.54)$$

No presente contexto desta DM, trabalha-se apenas com funções reais, ou seja, o quadrado do módulo é igual ao quadrado da função: $|f(t)|^2 = (f(t))^2$

Então essa função pode ser escrita como uma série de senos e cossenos com frequências múltiplas, isto é:

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n e^{jnt} = a_n \cdot \cos(nt) + b_n \cdot \sin(nt) \quad (2.55)$$

Da equação 2.55, nota-se que a função f pode ser escrita como uma soma de senos e cossenos com frequências que variam desde frequências pequenas até elevadas. Assim, é possível ver a função como a sobreposição de várias senoídes e cossenoídes de diversas frequências e amplitudes “ajustadas” de forma a sua soma se aproximar dos valores de f . É natural pensar que a amplitude de algumas frequências será maior do que de outras, assim, algumas frequências prevalecem no espectro da função f , que é o sinal analisado.

Mas nota-se que a frequência das componentes estão discretizadas e a função f é dita periódica, o que pode não ocorrer. Assim, para uma análise contínua nas frequências e para sinais não periódicos, utiliza-se a Transformada de Fourier, que é dada por $\hat{f}(\omega)$:

$$\hat{f}(\omega) = \mathcal{F}(f(x)) = \int_{-\infty}^{\infty} e^{-j\omega t} f(t) \cdot dt \quad (2.56)$$

Dada a Transformada de Fourier de uma função, é possível reconstruí-la, isto é, voltar ao domínio do tempo, através da Transformada Inversa de Fourier (TIF):

$$f(x) = \mathcal{F}^{-1}(\hat{f}(\omega)) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} e^{j\omega t} \hat{f}(\omega) \cdot d\omega \quad (2.57)$$

Observando atentamente a equação 2.57, intuindo que a integral pode ser vista como uma soma de valores infinitesimalmente pequenos, pode-se perceber que o termo $\hat{f}(\omega)$ está intimamente ligado com o que viria a ser uma amplitude da senoíde e da cossenoíde de frequência ω . De fato, em Stark e Woods (2002), tem-se que a Densidade Espectral de Potência (PSD) de um sinal é dada pelo quadrado do módulo de sua transformada de

Fourier. Um gráfico da PSD por ω fornece o espectro de frequência do sinal. A potência do sinal é dada pela integral da sua (PSD) em todo o domínio da frequência, isto é:

$$Pot = \int_{-\infty}^{\infty} |\hat{f}(\omega)|^2 \cdot d\omega \quad (2.58)$$

Ou seja, em uma faixa de frequência $\omega \pm \Delta\omega$, pequena o suficiente para considerar que $\hat{f}(\omega)$ é constante nela, tem-se que a potência do sinal nessa faixa é dada por $2 |\hat{f}(\omega)|^2 \Delta\omega$.

Tendo em vista os conceitos apresentados, nota-se que Filtros Passa Baixas visam a eliminar ou atenuar as componentes para valores elevados de frequência. Matematicamente a forma mais imediata de realizar este procedimento é multiplicar a transformada de Fourier de um sinal, $\hat{f}(\omega)$, por um pulso retangular $rect(k \cdot \omega)$ e, então, reconstruir o sinal resultante deste produto através da TIF. A função do pulso retangular é dada por:

$$rect(t) = \begin{cases} 1; & |t| \in [0; 1/2] \\ 0, & \text{c.c. (caso contrário)} \end{cases} \quad (2.59)$$

Logo, fazendo o produto de $\hat{f}(\omega)$ e $rect(k \cdot \omega)$, com k sendo uma constante ajustável, pode-se selecionar apenas uma faixa de frequências baixas desejadas. O sinal reconstruído corresponde às frequências baixas que compunham o sinal. Esse é o Filtro Passa Baixas ideal, também chamado de “parede de tijolos”, por causa do formato do pulso retangular.

Outra forma é utilizar uma convolução. Convolução é uma operação entre duas funções e está intimamente relacionada com o produto das transformadas de Fourier das funções. Seja a convolução de f com g , denotada pelo operador $*$ dada por:

$$(f * g)(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau) \cdot g(t - \tau) \cdot d\tau \quad (2.60)$$

De Chui (1992) e Stark e Woods (2002), tem-se que a transformada de Fourier da convolução $f * g$ é dada pelo produto das transformadas de Fourier \hat{f} e \hat{g} . Ou seja, a operação de convolução fornece, diretamente no domínio do tempo, o resultado da aplicação de um sinal em um filtro linear, no caso, modelado pela função g . Vale ressaltar que a discussão feita nesta subseção, isto é, a utilização de Transformadas de Fourier e Convolução só são válidas para filtros lineares. Um exemplo de filtro não linear é o FM.

Assim, se o sinal do resultado ideal do filtro passa baixa tem transformada de Fourier dada por $\hat{f}(\omega) \cdot rect(k \cdot \omega)$, então este sinal no domínio do tempo é dado por $f * sinc(k'x)$, onde k' é uma constante ajustável, diferente de k e $sinc(x)$ é a função Seno Cardinal,

dada por:

$$\text{sinc}(x) = \frac{\sin(\pi x)}{\pi x}; \quad x \neq 0 \quad (2.61)$$

A função *sinc* é a função cuja Transformada de Fourier é o pulso retangular definido em 2.59. Para $x = 0$ é definido que $\text{sinc}(0) = 1$. No caso da equação 2.61 é mostrada a função *sinc* normalizada, cujo uso é mais comum em processamento de sinais.

A justificativa do uso de um Filtro Passa Baixas para a redução do ruído na análise consiste no fato de que o sistema em questão é um sistema mecânico, e nesse tipo de sistemas não é comum se observar comportamentos de altas frequências, mas sim de baixas frequências em suas dinâmicas. Além disso, o ruído de um sensor é aproximadamente um ruído branco, que justamente tem esse nome por possuir sua PSD aproximadamente constante para todas as frequências, semelhante à luz branca, daí o nome ruído branco. Assim, como se trata de um sistema mecânico, onde baixas frequências prevalecem, e como o ruído possui componentes em todas as frequências, é razoável notar que, a partir de uma dada frequência f_c , todo sinal acima de f_c pode ser considerado como ruído.

Todavia, tudo o que foi discutido considera o domínio contínuo. O sinal recebido dos sensores, porém, é digital e discreto. Sendo assim, a aplicação do filtro se torna diferente, utilizando conceitos de Transformada de Fourier discreta e convolução discreta.

Computacionalmente, a convolução é uma operação custosa e por isso muitas vezes evitada. Daí a grande vantagem de trabalhar no domínio da frequência, pois, ao invés de realizar convoluções, realizam-se produtos. Porém, no trabalho em questão, existe uma dificuldade em se trabalhar com o domínio da frequência da forma “convencional”, isto é, usando a Transformada de Fourier. Como no problema em questão existe a preocupação com operação em tempo real, é importante que os dados sejam processados com o mínimo atraso possível. Ou seja, não há como esperar que o computador acumule uma quantidade apreciável de dados para só então realizar a Transformada de Fourier. Assim, o sistema teria que realizar a transformada com poucos dados disponíveis, o que sem dúvidas afetaria os resultados das operações. Mais detalhes sobre processamento de sinais podem ser encontrados em Stark e Woods (2002). Para Análise de Fourier, Chui (1992).

Por ora, é importante buscar uma solução que seja de processamento rápido, não exija grande acúmulo de dados e obtenha resultados aceitáveis para a remoção do ruído.

Tendo isso em vista, é desejável um caminho que não exija o cálculo da Transformada de Fourier. Existem filtros digitais que podem ser implementados com pouco aumento de custo computacional e possuem efeito de Filtro Passa Baixas. Alguns exemplos são: Filtros de Média Móvel, Filtro de Butterworth, Filtro de Chebyshev e Filtro de Cauer.

2.4.2.2 Modelo do Filtro Passa Baixas

Para implementar um Filtro Passa Baixas nos dados adquiridos pelos sensores, elaborase um modelo do filtro em função dos valores adquiridos pelos próprios sensores. É importante notar que os filtros se aplicam a cada sensor individualmente, utilizando seus respectivos dados como uma série temporal. Esta série é devidamente filtrada de forma a fornecer, na saída do filtro, uma outra série temporal com os dados filtrados.

Existem diferentes filtros com característica de Passa Baixas. No caso deste trabalho, o filtro escolhido foi o Filtro de Média Móvel Ponderada (FMMP). O principal motivo da escolha deste filtro é o fato do mesmo ser um filtro de implementação fácil e simples, além de ser computacionalmente rápido. Outro ponto positivo do FMMP é que o mesmo é facilmente adaptável em termos de tamanho da janela do filtro e da fórmula dos pesos utilizados. Outros filtros que possivelmente poderiam ser aplicados a este trabalho são os Filtros de Butterworth e Chebyshev (CHEN, 2009).

O FMMP possui uma fórmula explícita para seu cálculo no domínio do tempo, não necessitando realizar operações de integração discreta, seja para a Transformada de Fourier, seja para a convolução.

Para analisar matematicamente esse filtro, considera-se o sinal discreto f . Seja f_i a amostra do sinal f no instante i . Seja M o sinal resultante do filtro aplicado em f . O cálculo do FMMP, na sua forma mais geral, para o instante i , M_i , é dado por:

$$M_i = \frac{p_0 \cdot f_i + \sum_{k=1}^{\infty} (p_{-k} \cdot f_{i-k} + p_k \cdot f_{i+k})}{\sum_{k=-\infty}^{\infty} p_k} \quad (2.62)$$

Sendo p_k o k -ésimo peso do FMMP. Evidentemente, não há como computacionalmente calcular uma soma infinita. Além disso, observa-se que a equação 2.62 necessita do conhecimento de termos futuro para o seu cálculo, isto é, os termos f_{i+k} . Na prática, busca-se minimizar a quantidade de termos futuros a serem utilizados nos cálculos, pois, aguardar termos futuros significa atraso, o que prejudica o desempenho de operação em tempo-real. Assim, para fins práticos, o FMMP é executado em uma janela de dados, geralmente ímpar, para assim ter um mesmo número de termos futuros e termos passados. Considerando um filtro com m elementos de cada lado do termo central, ou seja, um filtro de dimensão $2m + 1$, tem-se que a expressão para o FMMP neste caso é:

$$M_i = \frac{p_0 f_i + \sum_{k=1}^m (p_{-k} f_{i-k} + p_{i+k} f_k)}{\sum_{k=-m}^m p_k} = \frac{p_{-m} f_{i-m} + \dots + p_0 f_i + \dots + p_m f_{i+m}}{P} \quad (2.63)$$

onde $P = p_{-m} + \dots + p_0 + \dots + p_m$ é a soma dos pesos. Geralmente, os pesos aplicados são de tal forma que o peso central p_0 seja o maior, e os demais decaiam simetricamente até zero, sendo então os pesos $p_{\pm m}$ os menores pesos não nulos. Isso visa a dar uma importância

maior para os elementos centrais e uma importância igual entre termos passados e futuros, evitando influências causadas por tendências do sinal em torno daquele ponto.

Analisando cautelosamente a equação 2.63 e comparando com a equação da convolução discreta, dada por (STARK; WOODS, 2002):

$$(g * f)_i = \sum_{k=-\infty}^{\infty} g_k \cdot f_{i-k} \quad (2.64)$$

percebe-se que o FMMP é de fato a realização de uma convolução discreta. Define-se o filtro no domínio do tempo discreto como:

$$g_k = \frac{p_k}{P} \quad (2.65)$$

com $p_{\pm m'} = 0$ para $m' > m$. Logo, se substituir a equação 2.65 em 2.64, tem-se:

$$M_i = (g * f)_i = \sum_{k=-m}^m g_k \cdot f_{i-k} = \frac{p_{-m}}{P} f_{i-m} + \dots + \frac{p_0}{P} f_i + \dots + \frac{p_m}{P} f_{i+m}$$

$$M_i = \frac{p_{-m} \cdot f_{i-m} + \dots + p_0 \cdot f_i + \dots + p_m \cdot f_{i+m}}{P}$$

Ou seja, o FMMP é um filtro linear e, como a função g , que equivale a aplicação do filtro através da convolução com o sinal em análise, é conhecida, pode-se encontrar a sua influência no espectro de frequências de um sinal, por meio da Transformada de Fourier de Tempo Discreto (a TFTD) da sua função discreta g .

A TFTD de um sinal g é dada pela soma infinita (STARK; WOODS, 2002):

$$\hat{g}(\omega) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} g_k \cdot e^{-j\omega k} \quad (2.66)$$

com $\omega \in [-\pi; \pi]$. A transformada inversa da TFTD é dada por:

$$g_k = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \hat{g}(\omega) \cdot e^{j\omega k} d\omega \quad (2.67)$$

Ao se fazer a TFTD de um sinal g , encontra-se uma função contínua e periódica $\hat{g}(\omega)$ de período 2π . A frequência angular ω é chamada de frequência angular normalizada, pois considera implicitamente que o intervalo de amostragem é unitário. A relação entre a frequência angular normalizada e a frequência ordinária (em Hz) é dada por:

$$f = \frac{\omega \cdot f_s}{2\pi} \quad (2.68)$$

Não confundir aqui o símbolo f da frequência ordinária analisada com o sinal discreto f_k . Apesar de símbolos semelhantes o contexto em que ambos aparecem é consideravelmente diferente, evitando, assim, confusões de notações. Na equação 2.68, f_s é a frequência de amostragem do sinal (o subscrito s significa *sampling*, amostragem em inglês). Esta relação obedece o Critério de Nyquist, isto é, não é possível analisar frequências maiores que $f_s/2$, que ocorre para $\omega = \pi$.

Aplicando a TFTD na função g do FMMP:

$$\hat{g}(\omega) = \sum_{k=-m}^m g_k \cdot e^{-j\omega k} = \frac{p_{-m}}{P} \cdot e^{-j\omega(-m)} + \dots + \frac{p_0}{P} \cdot e^{-j\omega \cdot 0} + \dots + \frac{p_m}{P} \cdot e^{-j\omega m}$$

Aplicando a condição de simetria do filtro, $g_{-k} = g_k$ para $k = 1; \dots; m$:

$$\hat{g}(\omega) = \frac{p_m \cdot (e^{-j\omega m} + e^{j\omega m}) + p_{m-1} \cdot (e^{-j\omega(m-1)} + e^{j\omega(m-1)}) + \dots + p_0}{P}$$

Da Fórmula de Euler (CHUI, 1992):

$$e^{jx} = \cos(x) + j \cdot \text{sen}(x) \quad (2.69)$$

Assim, para qualquer $x \in \mathbb{R}$:

$$e^{jx} + e^{-jx} = 2 \cdot \cos(x) \quad (2.70)$$

Logo, usando essa relação na equação de $\hat{g}(\omega)$, tem-se que:

$$\hat{g}(\omega) = \frac{2\cos(m\omega) \cdot p_m + 2\cos((m-1)\omega) \cdot p_{m-1} + \dots + 2\cos(1\omega) \cdot p_1 + p_0}{P}$$

$$\hat{g}(\omega) = \frac{p_0 + 2 \cdot \sum_{k=1}^m p_k \cdot \cos(k\omega)}{P} \quad (2.71)$$

Essa é a equação do FMMP no domínio da frequência. Observa-se que a equação depende dos pesos e da janela do filtro. É comum que o peso central p_0 seja o maior, e que os demais pesos decaiam simetricamente. Uma forma simples e usual de distribuir os pesos é atribuir os valores linearmente distribuídos da seguinte forma:

$$p_k = m + 1 - k \quad (2.72)$$

para $k = 1; \dots; m$. Assim, a soma dos pesos é dada por:

$$P = p_{-m} + p_{-m+1} + \dots + p_{-1} + p_0 + p_1 + \dots + p_{m-1} + p_m = 1 + 2 + \dots + m + (m+1) + m + \dots + 2 + 1$$

$$P = 2 \cdot \frac{(1+m) \cdot m}{2} + (m+1) = (m+1) \cdot (m+1)$$

$$P = (m+1)^2 \tag{2.73}$$

Isso é uma grande vantagem, pois a soma dos pesos é constante e não precisa ser calculada a cada passo durante o processo. Finalmente, chega-se a forma final da equação do FMMP no domínio da frequência, em que depende só do tamanho da janela do filtro:

$$\hat{g}(\omega) = \frac{(m+1) + 2 \cdot \sum_{k=1}^m (m+1-k) \cdot \cos(k\omega)}{(m+1)^2} \tag{2.74}$$

Com isso, pode-se montar um gráfico de $|\hat{g}|^2$ pela frequência angular normalizada ω . Este gráfico fornece a PSD do filtro e permite observar quais frequências esse filtro permite a passagem e quais frequências são atenuadas/aniquiladas por ele. Isso pode ser feito, pois, no domínio da frequência, a aplicação do filtro se dá pelo produto da transformada do sinal e da transformada do filtro.

Diretamente, é possível notar que se $m = 0$, a função $\hat{g}(\omega)$ se torna unitária. O que é coerente, pois o filtro não alteraria em nada o sinal. Para $m > 0$, observa-se os gráficos da magnitude da função $|\hat{g}|^2$ para alguns valores de m na figura 2.30.

Como se pode observar, o FMMP é de fato um filtro passa baixas, tendo seu espectro de frequências um gráfico na forma de “sino”. Os valores de pequenas frequências são pouco atenuados, ficando praticamente conservados. Mas valores acima de determinada frequência (que depende de m) são praticamente aniquilados. Assim, ajustando o tamanho da janela, isto é, alterando m , é possível usá-lo como um filtro passa baixas.

Na figura 2.31, é apresentada a aplicação de um FMMP de lado de janela $m = 3$ sobre os dados resultantes do FM, ou seja, os dados da figura 2.29. No gráfico, pode-se observar claramente a redução da “faixa” do ruído.

2.4.3 Ordem dos Filtros

Como o FM não é um filtro linear, a ordem de aplicação dos filtros afeta o resultado. Quando ambos os filtros são lineares, os filtros podem ser aplicados em qualquer ordem, mas isso não é o caso dos filtros apresentados. Tendo em vista que o objetivo do FM é

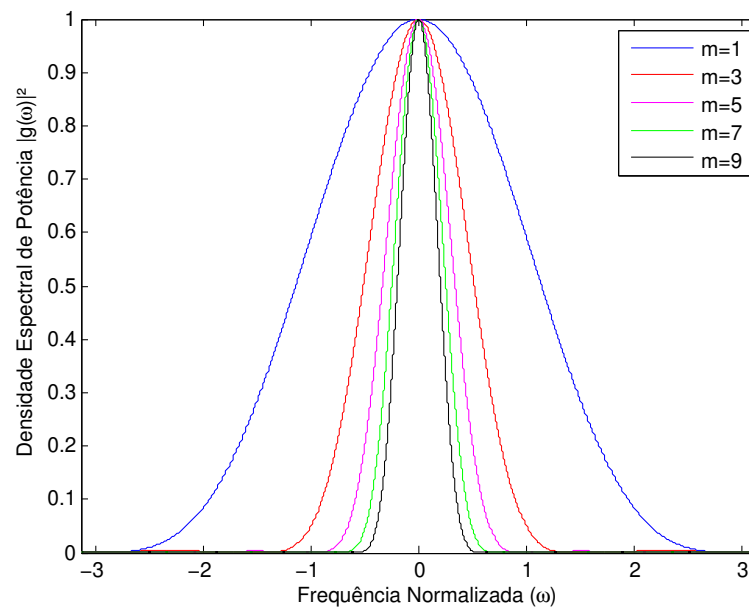
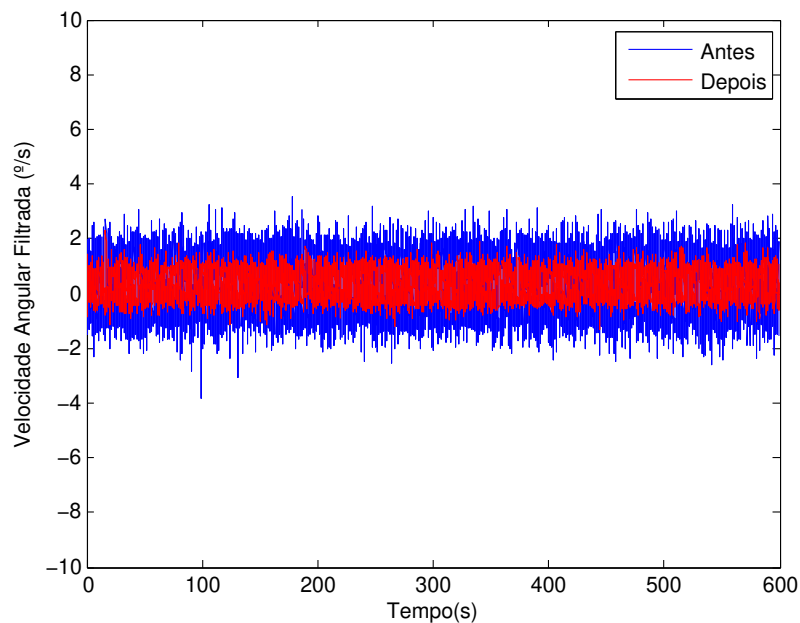


FIGURA 2.30 – PSD do FMMP para diferentes tamanhos de janela.

FIGURA 2.31 – Dados filtrados pelo FMMP com lado de janela $m = 3$.

eliminar *outliers*, é salutar que esse filtro seja implementado antes do FMMP. Pois, caso o FMMP seja implementado antes do FM, é possível que um *outlier* seja “atenuado”, mas não eliminado, de forma que este *outlier* atenuado possa não ser detectado posteriormente pelo FM. Além disso, pelo cálculo da média e pelo fato da mesma ser menos robusta que a mediana, os valores ao redor dos *outliers* serão distorcidos consideravelmente.

Na figura 2.32 são apresentados dois resultados. Um com o FMMP sendo implemen-

tado primeiro (e o FM em seguida), e outro com o FM sendo implementado primeiro, que é o mesmo resultado da figura 2.31. Pode-se observar que o resultado obtido quando o FMMP é aplicado primeiro não consegue eliminar os *outliers* como o caso em que o FM é implementado primeiro. Estes *outliers* “atenuados” são possíveis fontes de falsos alarmes. Os dados utilizados nesta comparação são os mesmos da figura 2.28 e as características dos filtros são as mesmas utilizadas para gerar os resultados das figuras 2.29 e 2.31

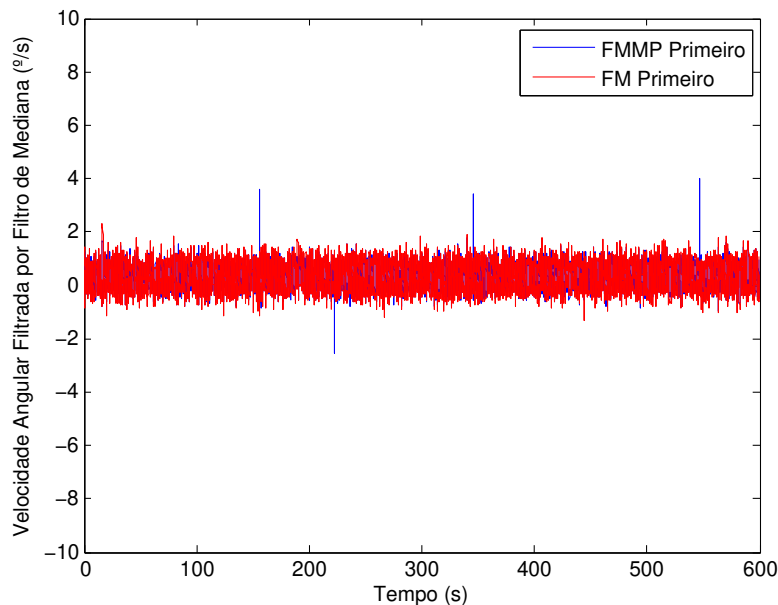


FIGURA 2.32 – Comparação da ordem de aplicação dos filtros.

2.4.4 Filtragem e Atraso

O sistema de detecção de falhas trabalhado nesta dissertação deve ser capaz de realizar a detecção e a isolamento de falhas em tempo-real. Quando se fala que o sistema opera em “tempo-real”, quer-se dizer que o sistema opera de maneira dinâmica e sincronizada com os dados que chegam dos sensores, executando suas operações de maneira “instantânea” a essa chegada de dados. Outra forma de se referir a ideia de tempo-real é o termo *on-line*. Em Basseville e Nikiforov (1993), é dito que o principal critério para um algoritmo *on-line* de detecção de falhas é o atraso que o algoritmo tem em acusar uma falha para uma dada taxa de falsos alarmes. Ou seja, deseja-se que o computador de bordo processe os cálculos de maneira rápida o suficiente para não atrasar perante a chegada de dados e, ao mesmo tempo, que o sistema tenha uma taxa de falsos alarmes relativamente baixa.

Falso alarme é a situação em que o sistema de detecção de falhas acusa a existência de uma falha quando na verdade não há falha alguma. As principais causas de falsos alarmes são os ruídos dos sensores e a sensibilidade do sistema de detecção. Um sensor com muito

ruído levará o sistema, muitas vezes, a crer que houve alguma falha. *Outliers* são grandes fontes de falsos alarmes, por isso a preocupação com eles, utilizando o FM. Sistemas muito sensíveis, isto é, que possuem uma menor tolerância a desvios nas medidas, tendem a acusar falhas inexistentes mais vezes do que sistemas menos sensíveis. A sensibilidade do sistema de detecção deve ser ajustada de forma a obter uma solução de compromisso com a taxa de falsos alarmes. O sistema de detecção é discutido no capítulo 3.

Tendo em vista que se deseja evitar o atraso nos cálculos, certos pontos deste capítulo chamam a atenção. O primeiro é que o FM impõe um atraso de algumas amostras. Em um FM com dimensão l , haverá $(l - 1)/2$ elementos futuros no cálculo. Isso significa que esse filtro, independente da velocidade de cálculo do computador de bordo, impõe um atraso de $\Delta t(l - 1)/2$ segundos, onde Δt é o intervalo de amostragem. Por exemplo, para um FM de dimensão $l = 5$ e uma frequência de amostragem de 100 Hz, o que significa $\Delta t = 0,01$ segundos, tem-se que o atraso mínimo causado pelo filtro é de 0,02 segundos.

Da mesma forma, o FMMP também impõe um atraso. Denota-se o número de elementos de cada lado do FMMP como m , isto é, o FMMP utiliza m elementos futuros e m elementos passados, além do elemento central. Um ponto a ser destacado é que o FMMP é executado após a passagem do FM, de forma que todos os m elementos futuros do FMMP já foram previamente filtrados pelo FM. Assim, o FMMP estará atrasado em relação ao FM em m amostras, as m amostras do lado futuro do FMMP. Vale notar que a última amostra coincide com o dado que é filtrado pelo FMMP no mesmo “instante”. Por exemplo, se o FMMP tem lado de janela de $m = 3$, então o FMMP terá um atraso de $\Delta t \cdot m = 0,03$ segundos, considerando o mesmo valor de Δt . Com isso, nota-se que a simples aplicação destes dois filtros causa um atraso de 0,05 segundos. Na figura 2.33 é ilustrado um exemplo em que $l = 5$ e $m = 3$, nela, pode-se perceber claramente o atraso total de $(l - 1)/2 + m = 5$ amostras.

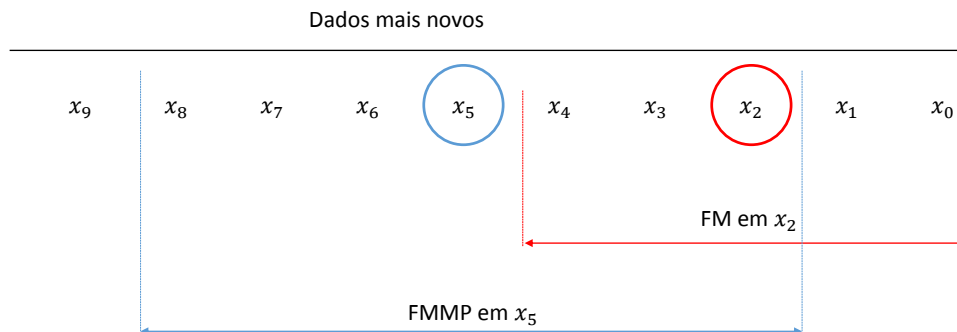


FIGURA 2.33 – Ilustração do atraso com $l = 5$ e $m = 3$.

Vale lembrar que não foi considerado ainda o tempo do algoritmo de detecção propriamente dito, mas esse tempo deve ser tal que o algoritmo seja executado de maneira completa em um intervalo de tempo menor que Δt . As janelas do FM e do FMMP são

ajustáveis e podem ser alteradas pelo projetista em um *trade-off* entre qualidade e velocidade de processamento dos dados, levando em conta requisitos e restrições do projeto.

É importante também lembrar a relevância de evitar operações computacionalmente pesadas como convoluções e integrações discretas que podem ser mais uma causa de atraso. Além disso, para realizar transformadas de Fourier com uma qualidade considerável, seria necessário um acúmulo significativo de dados dos sensores. Existem técnicas, como a Transformada de Fourier de Tempo Curto (TFTC) e a Transformada *Wavelet*, que permitem uma análise simultânea do domínio da frequência e do tempo. Tais técnicas podem contribuir para um melhor processamento dos dados dos sensores (CHUI, 1992). Porém, a complexidade destes tópicos vão além do escopo da análise desta DM.

Em suma, é importante que o projeto de um sistema que opera *on-line* leve em conta que o mesmo seja capaz de acompanhar a taxa de dados recebida dos sensores. Ou seja, toda a computação de um *loop* deve durar menos tempo do que o intervalo de amostragem, caso contrário os cálculos iriam atrasar e o computador de bordo não estaria mais operando em tempo-real após certo tempo de operação.

2.5 Clusterização

Esta seção do capítulo trata de alguns conceitos importantes para a *clusterização* de sensores de menor qualidade. A *clusterização* de sensores, consiste em utilizar os dados de todos os sensores conjunta e sincronizadamente para extrair a informação a ser medida de forma que o resultado do conjunto é melhor do que o resultado de um sensor individualmente. O termo *cluster*, no escopo desta DM, pode se referir ao conjunto de sensores de menor qualidade operando de maneira conjunta. O termo foi inspirado no trabalho de Bittner *et al.* (2014), onde o mesmo termo é utilizado para mesmo significado.

Essa discussão é relevante, pois, conforme o capítulo 1, uma das abordagens para a solução do problema utilizou um *cluster* de sensores de menor qualidade em relação aos quatro sensores principais do sistema de navegação. Todos os sensores deste conjunto são colocados para medir a mesma componente da grandeza (força específica ou velocidade angular) a ser medida, ou seja, o eixo de todos estes sensores estão alinhados. Esse grupo de sensores fornece um conjunto de medidas, que, se fossem perfeitos, seriam iguais. Com esse conjunto de medidas, deseja-se extrair uma medida da forma mais fidedigna possível. Para realizar essa tarefa, dois fatores são essenciais: saber quais sensores estão realizando medidas razoáveis e/ou não estão em falha; e, dados os sensores com medidas em nível aceitável, qual o procedimento matemático para extrair uma medida mais fidedigna.

Ou seja, o ato de utilizar um *cluster* de sensores envolve uma preocupação que vai além de simplesmente extrair matematicamente uma medida fidedigna do conjunto de

sensores, trazendo também a preocupação de saber quais sensores estão em condições de funcionamento. Afinal, esses sensores também estão sujeitos a falhas.

Desta forma, esta seção está dividida em duas subseções. A primeira trata da medição com vários sensores, considerando que, a priori, todos os sensores estão em funcionamento pleno, ou seja, trata do procedimento matemático de extração da medida do conjunto. E a segunda trata do processo de exclusão das medidas identificadas como “erradas”, que podem surgir tanto de um defeito no sensor, como por um evento de ruído, visando a reduzir o problema ao caso da primeira subseção. A figura 2.34 ilustra o esquema básico de eliminação dos sensores defeituosos e extração da medida. Nela, os sensores em cor vermelha representam os sensores excluídos, considerados com medidas erradas.

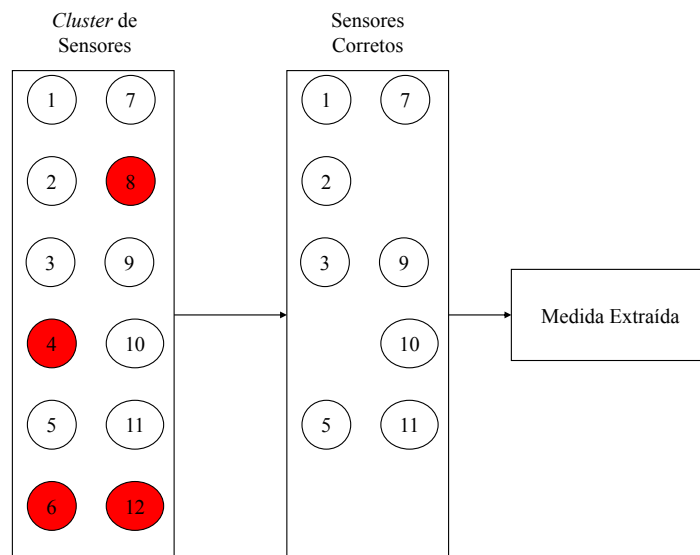


FIGURA 2.34 – Esquema lógico da eliminação de medidas errôneas do *cluster* e extração da medida.

2.5.1 Extração da Medida do *Cluster*

Os sensores do *cluster*, assim como os demais, também podem ser modelados da forma que foi descrita na seção 2.3 nas equações 2.20 e 2.23. Ou seja, possuem um nível de ruído branco gaussiano e um viés inicial modelado pela realização de uma variável aleatória gaussiana de média nula e desvio padrão σ_{B_0} .

A fim de simplificar a análise, considera-se que o viés inicial permanece constante ao longo da operação. Esta mesma simplificação foi feita na subseção 2.3.5 para o critério GDOP. Desta forma, o modelo do sensor se resume a equação 2.20, e seu viés inicial permanece como a realização de uma variável aleatória gaussiana de média nula.

Seja a a variável a ser medida. Um sensor medirá:

$$\bar{a} = a + B_0 + \nu \quad (2.75)$$

Na equação 2.75, percebe-se que, no início da medição, a medida consiste em um valor, que é o da variável a ser medida, somada por duas variáveis aleatórias gaussianas de média nula, sendo uma com desvio padrão σ_{B_0} e a outra com desvio padrão σ_ν .

De Stark e Woods (2012), tem-se que a função de densidade de probabilidade (pdf) da soma de duas variáveis aleatórias independentes é dada pela convolução entre as duas pdf's das variáveis. Ou seja, considerando X e Y como variáveis aleatórias, e $Z = X + Y$, tem-se que a pdf de Z é dada por:

$$f_Z(z) = \int_{-\infty}^{\infty} f_X(x) \cdot f_Y(z - x) \cdot dx \quad (2.76)$$

A notação, neste caso, $f_X(x)$ significa a pdf da variável aleatória X avaliada em x . Detalhes adicionais sobre variáveis aleatórias podem ser encontrados em Stark e Woods (2002) ou Stark e Woods (2012).

Se definir que X e Y são gaussianas de média nula e desvios padrões σ_{B_0} e σ_ν , respectivamente, tem-se que o resultado é:

$$f_Z(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi(\sigma_{B_0}^2 + \sigma_\nu^2)}} \cdot \exp \left[-\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{z}{\sqrt{\sigma_{B_0}^2 + \sigma_\nu^2}} \right)^2 \right] \quad (2.77)$$

Ressalta-se que a pdf de uma variável aleatória gaussiana de média μ e desvio padrão σ é dada por:

$$f_X(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot \exp \left[-\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{x - \mu}{\sigma} \right)^2 \right] \quad (2.78)$$

Em termos gerais, a soma de duas variáveis aleatórias normais independentes resulta em uma normal cuja média é a soma das médias e a variância é a soma das variâncias.

Ou seja, retornando ao caso da medida do sensor, tem-se que a mesma consiste na realização de uma variável aleatória gaussiana somada a um valor a , que é o valor verdadeiro da variável. Ou seja, no instante inicial, a medida feita pelo sensor é a realização de uma variável aleatória gaussiana de média a e desvio padrão $\sqrt{\sigma_{B_0}^2 + \sigma_\nu^2}$. Assim, para o instante inicial, a leitura do i -ésimo sensor é o resultado de uma variável aleatória \bar{A}_i

cuja pdf é dada por:

$$f_{\bar{A}_{i_0}}(\bar{a}_{i_0}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi(\sigma_{B_0}^2 + \sigma_\nu^2)}} \cdot \exp \left[-\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\bar{a}_{i_0} - a}{\sqrt{\sigma_{B_0}^2 + \sigma_\nu^2}} \right)^2 \right] \quad (2.79)$$

Uma consideração que foi feita, mas que vale observar, é que o nível de ruído foi considerado o mesmo para todos os sensores selecionados do *cluster*, o que é válido se todos os sensores forem do mesmo modelo.

Toda essa discussão considerou que o viés é a realização de uma gaussiana, porém, isso só ocorre no primeiro instante de tempo. Posteriormente, este valor da realização se mantém constante, e a medida passa a ser apenas a realização de uma gaussiana de média nula e desvio padrão σ_ν com média $a + B_0$, ou seja:

$$f_{\bar{A}_i}(\bar{a}_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_\nu} \cdot \exp \left[-\frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\bar{a}_i - (a + B_{i_0})}{\sigma_\nu} \right)^2 \right] \quad (2.80)$$

O problema agora se resume a um problema de estimação de parâmetros. Os N sensores fornecem N realizações desta variável aleatória, e isto se repete a cada instante de amostragem. Deseja-se estimar o parâmetro a . Uma forma intuitiva de buscar este parâmetro é por meio da média das medidas.

Se somar todas as medidas dos sensores e dividir pelo número de sensores, isto é, utilizar o estimador de média nessas medidas, e aplicar o operador de esperança neste estimador, ter-se-á um valor esperado de:

$$E[\bar{\mu}] = E \left[\frac{\bar{A}_1 + \dots + \bar{A}_N}{N} \right] = \frac{1}{N} [E[\bar{A}_1] + \dots + E[\bar{A}_N]] = \frac{1}{N} [a + B_{1_0} + \dots + a + B_{N_0}]$$

$$E[\bar{\mu}] = a + \frac{B_{1_0} + \dots + B_{N_0}}{N} \quad (2.81)$$

Se atentar para o termo que consiste na média dos vieses iniciais, pode-se perceber que este termo é, na verdade, a média de um conjunto de N realizações de uma mesma variável aleatória gaussiana. Neste caso, este termo é o próprio estimador de média dessa variável aleatória em questão. Ou seja, esse termo pode ser visto como uma variável aleatória gaussiana (um estimador é uma variável aleatória, e no caso é gaussiana, pois é um estimador de média de uma distribuição gaussiana) cuja média é a média da própria variável em questão, ou seja, nula, e a sua variância é dada pela própria variância da variável dividida por N , ou seja, $\sigma_{B_0}^2/N$ (STARK; WOODS, 2002).

Ou seja, ao longo da operação, a média entre as medidas dos sensores fornece, como resultado, a própria variável a ser medida somada de uma variável aleatória gaussiana de média N e variância $\sigma_{B_o}^2/N$. Observando a variância desta variável aleatória, percebe-se que a mesma é reduzida conforme o tamanho do *cluster* aumenta ou conforme a qualidade dos sensores melhora, isto é, diminui-se a variância do viés inicial. Outra forma de reduzir a variância do viés inicial é por meio de processos de calibração dos sensores em momentos iniciais da operação. Todavia, a calibração não é abordada neste trabalho.

Assim, a simples média das medidas dos sensores tidos como “corretos” proporciona uma estimativa que, na média das operações, não é enviesada, apresentando-se como uma opção válida para a implementação no sistema. Todavia, esta não é a única forma capaz de ser usada. Por exemplo, a mediana também poderia ser aplicada neste caso, porém, uma análise com a mesma se torna mais complicada uma vez que a mesma não é um operador linear. De qualquer forma, o projetista do sistema FDIR pode tomar a liberdade de utilizar o método para extrair a medida dos sensores da forma que achar pertinente, desde que cumpra os requisitos do sistema.

2.5.2 Exclusão de Medidas Erradas

Para que a justificativa do uso da média dos sensores, feita na subseção anterior, seja válida, é importante “eliminar” os sensores com medidas errôneas do instante analisado. Nesse caso, considera-se uma análise para cada instante de tempo, ou seja, em cada amostragem é feita a verificação dos sensores considerados “corretos”. Caso haja uma falha que inviabilize o uso do sensor, o próprio método de verificação de sensores “corretos” deve ser responsável por eliminar o sensor defeituoso ao longo da operação.

É importante que o método de seleção dos sensores “corretos” seja feito de forma rápida, uma vez que compõe um sistema FDIR de um sistema de navegação embarcado.

No trabalho de Bittner *et al.* (2014), o autor abordou um problema semelhante no que tange a isolamento de falhas em um *cluster* de IMU’s (Unidades de Medida Inercial). No caso, foi utilizado a técnica dos k vizinhos mais próximos. Esta técnica tem como principais vantagens o fato de ser relativamente leve computacionalmente (apesar da sua complexidade computacional, que é $O(n^2)$, para um número “normal” de sensores, isto é, na faixa de até algumas dezenas, pode ser aplicada rapidamente) e o fato de que é um método de generalização imediata, uma vez que não necessita de nenhuma informação da missão ou mesmo do tipo de sensor em questão. Mais detalhes sobre o conceito de complexidade computacional podem ser encontrados em Cormen *et al.* (2009).

O principal ponto negativo deste método é que, para um bom funcionamento, necessita-se de um número considerável de sensores. Ou seja, para uma quantidade pequena de

sensores, como 4 ou 5, o método se torna ineficiente e, praticamente, não se aplica. Em outras palavras, o método precisa de um número razoável de “bons” sensores para conseguir separar os “ruins”. Como a situação considera um *cluster* de sensores, espera-se um número suficientemente grande para que o método possa ser utilizado de forma confiável.

O método consiste em calcular as diferenças entre cada par dos N sensores. Isso significa um cálculo de $N \cdot (N - 1)/2$ diferenças. Para cada sensor, verifica-se quantas medidas se encontram dentro de uma tolerância ρ . Se houverem, pelo menos, k diferenças dentro da tolerância ρ , então o sensor é considerado “bom”. Caso contrário, o sensor é considerado “ruim”. O principal cuidado deste método está na sintonização dos parâmetros ρ e k . Um ρ grande e um k pequeno tendem a “aceitar” mais medidas, o que faz com que medidas “ruins” possam ser aceitas. Já um ρ pequeno e um k grande tendem a dificultar a aceitação de medidas. A sintonização deve ser feita de forma cautelosa, atentando para o nível de ruído dos sensores.

Assim como vários tópicos abordados ao longo deste capítulo, este não é o único método que pode ser utilizado neste tipo de problema. Problemas de FDIR podem ser solucionados de diversas formas, cabendo ao projetista uma escolha coerente e consciente dos métodos. Observa-se, por exemplo, que neste método, é possível que todas as medidas sejam consideradas “ruins”, no caso em que todas estejam espalhadas de forma que nenhum sensor tenha k vizinhos dentro da tolerância ρ . Neste caso, a mediana ou a média (de todos ou só alguns sensores) poderiam ser utilizadas para extrair a medida diretamente. Evidentemente que os parâmetros devem ser sintonizados de forma a evitar este problema.

3 Metodologia

Neste capítulo, a metodologia utilizada para a solução do problema e para o cumprimento do objetivo desta DM é apresentada. Desta forma, este capítulo mostra como a teoria previamente explicada é aplicada a fim de solucionar o problema e está dividido em sete seções. Na primeira, apresenta-se a elaboração do ambiente de simulação computacional do sistema de navegação, considerando os modelos de sensores, do bloco de sensores, dos tipos de falhas e dos filtros apresentados no capítulo 2. Em seguida, é feito o desenvolvimento do método de detecção de falhas. Na terceira seção, apresenta-se o método de isolamento de falhas com um sensor auxiliar de menor qualidade. Na quarta seção, explica-se o método de isolamento de falhas por meio do *cluster* de sensores. Na quinta seção, apresenta-se uma breve descrição sobre um método de verificação, que pode ser entendido como um método de recuperação parcial de falhas. Em seguida, é apresentada a metodologia para a análise estatística dos resultados. Por fim, na sétima seção, são apresentadas as métricas para a avaliação de desempenho do sistema. A implementação dos métodos, a análise dos resultados e as discussões sobre os mesmos estão no capítulo 4. O foco deste capítulo está na apresentação da metodologia e no desenvolvimento das ferramentas de simulação que serão utilizadas para a implementação da metodologia e para a análise e discussão de resultados apresentados no capítulo seguinte.

Antes de iniciar a descrição da metodologia e dos algoritmos, a figura 3.1, apresenta um fluxograma da metodologia geral.

3.1 Ambiente Computacional de Simulação

O ambiente computacional de simulação consiste em toda a base do programa utilizado para a simulação do problema que, neste caso, consiste na aquisição de dados de um conjunto de 4 sensores inerciais. Como o problema desta DM lida diretamente com os dados capturados pelos sensores, não há necessidade de simular o movimento ou trajetória do veículo de fato, mas sim das grandezas verdadeiras em questão, isto é, a velocidade angular ou a força específica. Tal justificativa se deve ao fato de que o sistema FDI a ser desenvolvido neste trabalho visa a ser multimissão, ou seja, não pode depender de uma

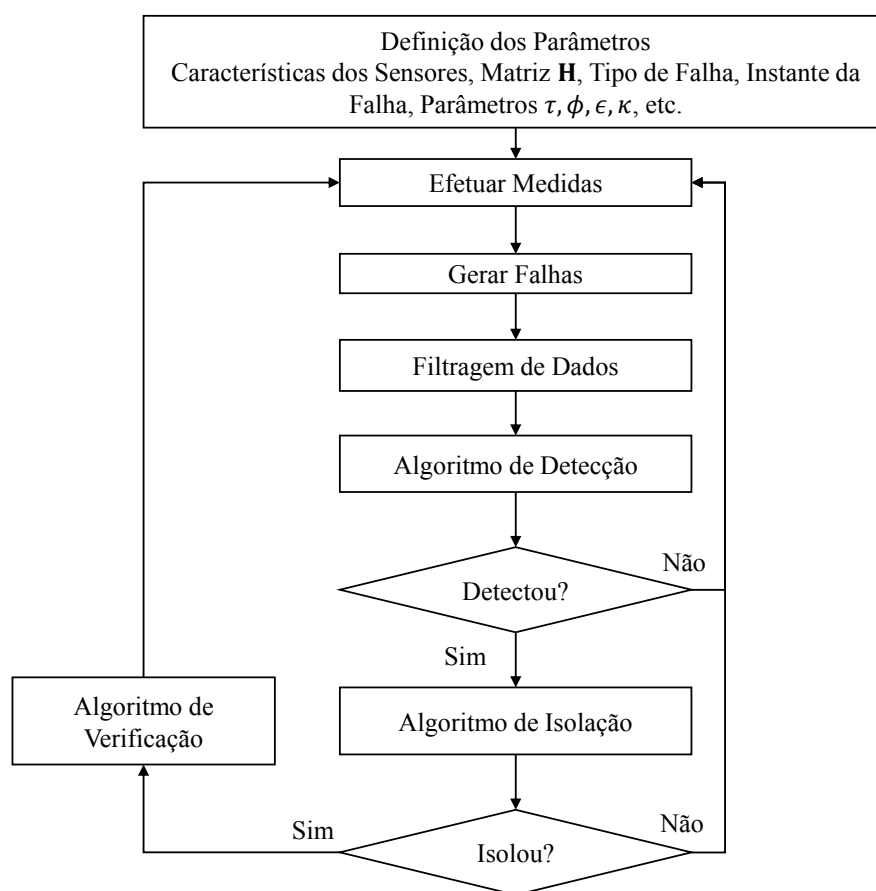


FIGURA 3.1 – Fluxograma com a metodologia geral

trajetória particular, o que faz com o que sistema tenha de ser desenvolvido utilizando apenas os dados que o mesmo tem acesso.

As simulações foram realizadas em *software* de cálculo computacional. A escolha por um ambiente de simulação computacional se dá pelos seguintes motivos: maior capacidade de simular diferentes cenários, dificuldade de realizar experimentos com diferentes sensores inerciais de alta qualidade, menor custo financeiro e temporal e o fato de que o âmago deste trabalho está no sistema FDI e não na navegação em si. Além disso, caso fosse utilizado um ensaio real, seria necessário ter a “sorte” de haver uma falha no ensaio. Caso contrário, seria necessário “contaminar” os dados com uma falha, o que já faria com que o experimento perdesse sua característica de dados experimentais puros. Ou seja, o ganho em fazer ensaios materiais seria consideravelmente pequeno para a elaboração do sistema FDI. Evidentemente, antes de qualquer aplicação verdadeira, o sistema precisa ser previamente testado e verificado em bancada para então ser implementado em um veículo real. É importante que o ambiente de simulação seja fidedigno com a realidade, e isso é feito por meio da teoria desenvolvida no capítulo anterior, que sustenta o desenvolvimento do ambiente apresentado nesta seção.

Apesar do exposto, fez-se a aplicação desta metodologia em dados que foram coletados de uma aplicação verdadeira de um sistema inercial. No caso, os dados foram coletados de um ensaio do Projeto SISNAV, pelo IAE, em uma montanha-russa. Essa aplicação é explicitada na seção 4.8. O principal objetivo dessa aplicação foi, além de ser mais uma verificação da metodologia, apresentar resultados de uma forma mais tangível.

3.1.1 Geração de Dados

O ambiente de simulação foi desenvolvido passo a passo, a fim de tornar mais fácil seu desenvolvimento e futuras modificações no mesmo. Assim, o desenvolvimento tem um aspecto “modular”, onde as modificações de parâmetros são práticas.

A redação sobre o desenvolvimento da metodologia utilizará a velocidade angular como medida principal, todavia, nenhuma particularidade desta grandeza será levada em consideração, apenas sua natureza vetorial. Desta forma, tudo que for desenvolvido nesta metodologia pode ser exatamente reproduzido para qualquer grandeza vetorial e seu respectivo conjunto de sensores.

A lógica estrutural da simulação de dados consiste em:

- Inicializar as principais entradas: matriz de cossenos diretores, \mathbf{H} , que no caso é dada pela equação 2.45, parâmetros do sensor, tempo total de simulação.
- No *loop* principal, é feito, para cada instante (cada intervalo de amostragem): o incremento da variável de tempo (que acompanha o tempo da simulação), o cálculo das velocidades angulares verdadeiras (ou seja, do vetor $\boldsymbol{\omega}$, que seria a velocidade angular verdadeira do veículo), a atualização do viés (equação 2.34), e finalmente a realização da medida (equação 2.33).

Um ponto importante que deve ser ressaltado é que, para o desenvolvimento computacional ao longo deste trabalho, utilizou-se que os sensores principais estão arranjados na configuração tetraédrica, cuja matriz de cossenos diretores é dada pela matriz \mathbf{H} e pela equação 2.45. Essa configuração é utilizada como base para o restante do trabalho.

Para o caso em que um sistema possua outra configuração, basta alterar os valores dessa matriz. O importante é que não haja 3 sensores coplanares, pois, nesse caso a exclusão de um sensor (que ocorre na etapa de isolamento) poderia levar o sistema a incapacidade de medir uma grandeza vetorial, pois poderia acontecer de sobrarem apenas os 3 sensores coplanares.

O resultado desta etapa do ambiente de simulação são os dados “crus”, sem filtragem.

3.1.2 Inserção de Falhas

Para a simulação do problema FDI é importante realizar a simulação da falha. No ambiente computacional, a falha é inserida da seguinte forma: define-se o instante de surgimento da falha e o sensor na qual a falha vai se manifestar. Ao chegar esse instante, a falha é inserida diretamente nos dados “crus” do sensor que foi escolhido para receber a falha, conforme a equação 2.19. O valor numérico da falha depende do tipo e da magnitude da mesma. Os tipos programados para fácil utilização são os mesmos da subseção 2.2.3. Diversos parâmetros das falhas podem ser facilmente ajustados, de forma a facilitar análises posteriores como, por exemplo, para identificar qual a magnitude mínima de detecção ou velocidade de detecção. O tipo da falha pode ser facilmente alterado por meio de uma variável que recebe valores de 1 a 7 correspondendo às falhas dos tipos que constam nas subseções 2.2.3.1 a 2.2.3.7, respectivamente.

3.1.3 Implementação dos Filtros

Por fim, antes do método de detecção, é importante realizar um processo de filtragem nos dados dos sensores, que dependendo da qualidade, pode se fazer necessário para reduzir o ruído dos mesmos, além de suprimir a falha do tipo impulso com o FM.

O primeiro filtro a ser implementado é o FM, conforme discutido na subseção 2.4.3. A implementação do FM se justifica pelo que foi discutido na subseção 2.4.1. Foi escolhido o FM recursivo, devido ao fato do mesmo possuir um melhor desempenho em atenuação de ruídos, além de ter um gasto menor de memória para operar, o que é desejável para um sistema embarcado. Também é utilizado o critério de z -score para a substituição dos valores lidos pelos filtros, sob a justificativa de evitar mudanças desnecessárias nos dados originais. Vale lembrar que o FM, além de eliminar falhas do tipo impulso nos sensores, também elimina eventuais ruídos espúrios.

Em seguida, os dados filtrados pelo FM recursivo são filtrados pelo FMMP. A implementação do FMMP se justifica pelo que foi discutido na subseção 2.4.2, e é feita conforme a equação 2.63 e os pesos da equação 2.72. O valor central de uma janela de dados de tamanho $2m + 1$ é substituído pela média ponderada dos valores da janela, cujos pesos decrescem linearmente até os extremos da janela.

Em ambos os filtros, para a simulação, é necessário tomar os respectivos cuidados com as filtragens nos instantes iniciais e finais, onde as janelas ficam assimétricas. Ademais, na estrutura em que o ambiente de simulação foi programado, é fácil a alteração de parâmetros do filtro como tamanho das janelas e z -score.

Assim, desenvolveu-se o ambiente de simulação computacional, com a geração e filtragem dos dados, além do mecanismo de inserção de falhas. Sobre esse ambiente serão

aplicados os métodos de detecção, isolamento e recuperação (parcial) de falhas, cujos resultados serão avaliados e discutidos no capítulo 4.

3.2 Método de Detecção

O Método de Detecção de falhas desenvolvido para este trabalho consiste em utilizar o fato de o sistema de navegação em questão possuir redundância mínima, ou seja, um quarto sensor, e também o fato de que os sensores são distribuídos de forma que nenhum grupo de três sensores seja coplanar (no caso, como dito anteriormente, a configuração utilizada nas simulações é a tetraédrica).

A ideia por trás do método consiste em utilizar esta redundância para realizar diferentes medições da grandeza vetorial em questão. Em um grupo de 4 sensores, pode-se escolher 3 para realizar a medida, de forma que há 4 medidas possíveis de serem feitas com grupos de 3 sensores (combinações de 4 onde se escolhe 3). Estas medidas são comparadas entre si. Se todos os sensores estiverem em condições plenas, as 4 medidas serão próximas. Caso um dos sensores esteja em falha, as medidas irão divergir. Para comparar estas medidas, calcula-se a norma da diferença entre os vetores destas medidas. Se este valor for acima de uma dada tolerância, então o sistema deve acusar a presença de falha.

Para elaborar o método matematicamente, enumeram-se os sensores com os números de 1 a 4. A matriz \mathbf{H} tem ordem 4×3 . Denota-se como \mathbf{H}_i a matriz resultante da retirada da i -ésima linha da matriz \mathbf{H} , ou seja, uma matriz 3×3 que representa o conjunto de sensores com a remoção do i -ésimo sensor, com $i = 1; 2; 3; 4$. Os números dos sensores correspondem às linhas da matriz dada na equação 2.45 para a configuração tetraédrica.

Como dito no capítulo 2, a velocidade angular medida pelos 4 sensores é dada por (equação 2.36):

$$\hat{\omega} = \mathbf{H}^+ \bar{\omega} \quad (3.1)$$

Da mesma forma, denota-se por $\hat{\omega}_i$ a velocidade angular medida utilizando \mathbf{H}_i^+ e $\bar{\omega}_i$, que é o vetor de medidas com a remoção da i -ésima medida. Assim, tem-se que:

$$\hat{\omega}_i = \mathbf{H}_i^+ \bar{\omega}_i \quad (3.2)$$

Essas medidas, $\hat{\omega}_i$, são comparadas entre si, calculando-se o módulo da diferença entre os vetores de duas medidas, de forma que:

$$\Delta \hat{\omega}_{ij} = \|\hat{\omega}_i - \hat{\omega}_j\| \quad (3.3)$$

$\Delta\hat{\omega}_{ij}$ é o módulo da diferença entre a medida sem o sensor i com a medida sem o sensor j , com $j \neq i$ e $j = 1; 2; 3; 4$. Se a maior diferença for maior que uma tolerância τ , o sistema acusa falha. Ou seja, a condição para acusar a presença de falha é:

$$\max\{\Delta\hat{\omega}_{ij}\} > \tau \quad (3.4)$$

Essa tolerância τ deve ser sintonizada em uma solução de compromisso, de forma que, se a mesma for muito pequena, a chance de acontecer um falso alarme se torna maior, pois desvios causados por ruídos podem levar a uma acusação falsa de falha. Em contrapartida, se a tolerância for muito grande, o sistema pode não perceber falhas de pequenas magnitudes ou atrasar a detecção de falhas que se propagam de maneira gradual. Ou seja, essa tolerância deve ser sintonizada de forma particular para cada caso, de acordo com a qualidade dos sensores e com os requisitos da missão do sistema FDI.

A essência do método é que: se um destes quatro sensores falhar, das 4 medidas possíveis, apenas uma será “correta”, enquanto as outras três serão erradas. É evidente que a medida “certa” será consideravelmente diferente de uma medida errônea. Além disso, entre as próprias medidas erradas, elas serão diferentes entre si.

Por fim, tendo em vista esse método de detecção de falhas e a discussão na seção 2.2.4, classifica-se este método como de Múltiplos Sinais, mais especificamente dentro dos métodos Baseados em Sinal-Modelo. Essa classificação se justifica pelo fato de que, como se utiliza mais do que um sensor como fontes de dados, o método se configura como de múltiplos sinais. Já o fato de ser baseado em Sinal-Modelo se justifica pelo fato de que, devido ao modelo do sistema físico, seja qual for o veículo ou missão, em condições normais de operação, o parâmetro $\max\{\Delta\hat{\omega}_{ij}\}$ deve estar próximo de zero. Se esse parâmetro, que é obtido com o processamento dos múltiplos sinais, não estiver próximo de zero, isto é, extrapolar uma dada tolerância, há, provavelmente, uma falha nos sensores.

Vale notar que esse método guarda íntima relação com um método de Verificação de Tendência de Sinal Único, pois os dados dos sensores são processados e fornecem, no final, um único valor, que é comparado com um limite. Conforme dito anteriormente, os métodos de um problema FDIR não são dissociados.

Assim, com o método de detecção de falhas estabelecido, o próximo passo consiste no desenvolvimento do método de isolamento de falhas, descrito nas próximas duas seções.

3.3 Método de Isolação com Sensor Auxiliar

O método de isolamento com um sensor auxiliar de qualidade inferior consiste no fato de o novo sensor ser uma redundância adicional ao sistema, ainda que este sensor possua uma

qualidade significativamente inferior aos sensores principais. Conforme o capítulo 1, o custo de sensores inerciais de alta qualidade tende a ser muito alto, de forma que a adição de um sensor de mesma qualidade é muito onerosa ao projeto em termos financeiros.

O método de isolamento desenvolvido aqui é acionado somente quando o método de detecção acusa a presença de uma falha. Tal fato é justificável, pois, se não há falha detectada, não há motivo para acionar o método de isolamento, o que levaria apenas a um esforço computacional desnecessário.

Ou seja, ao ser detectada uma falha, o sistema FDI imediatamente aciona o método de isolamento. O método de isolamento utiliza o quinto sensor para levantar diferentes medidas em grupos de 3 sensores. Desta forma, com 5 sensores, há 10 medidas diferentes a serem realizadas com 3 sensores (combinações de 5 onde se escolhe 3). Com essas 10 medidas, se um sensor falhar, por exemplo o i -ésimo sensor, todas as medidas que não possuem o sensor i irão concordar entre si, pois estarão “corretas”. Além disso, todas as medidas que possuem o sensor i irão apresentar discordâncias, pois estarão erradas.

Da mesma forma que na seção anterior, enumeram-se os sensores, agora de 1 a 5, de forma que o sensor 5 é o sensor de menor qualidade. A matriz \mathbf{H} é a mesma do caso anterior, ou seja, representa a configuração tetraédrica do sistema. Denota-se a matriz \mathcal{H} como sendo uma matriz de ordem 5×3 onde as 4 primeiras linhas são formadas pela matriz \mathbf{H} e a quinta linha é formada pelos cossenos diretores do quinto sensor.

Denota-se como $\hat{\omega}_{ij}$ a velocidade angular medida sem a presença dos sensores i e j . Evidentemente, $i \neq j$. Estas medidas são calculadas da seguinte forma:

$$\hat{\omega}_{ij} = \mathcal{H}_{ij}^+ \bar{\omega}_{ij} \quad (3.5)$$

onde \mathcal{H}_{ij} é a matriz resultante da remoção das linhas i e j da matriz \mathcal{H} . Análogo para $\bar{\omega}_{ij}$. Essas medidas são comparadas entre si, por meio de diferenças, das quais são calculados os respectivos módulos. Medidas que possuem o sensor defeituoso apresentarão discordância das demais medidas. E medidas sem o sensor defeituoso serão concordantes. Para a análise de concordância entre as medidas, considera-se que o sensor defeituoso é o sensor k , com $k = 1; 2; 3; 4$. Desta forma, tem-se que:

$$\|\hat{\omega}_{ki} - \hat{\omega}_{kj}\| < \epsilon \quad (3.6)$$

sendo $i \neq j$. Ou seja, todas as medidas que não possuem o sensor defeituoso terão suas diferenças abaixo de uma dada tolerância ϵ .

Por outro lado, as medidas que possuem o sensor k irão discordar das demais. Desta forma, calcula-se todas as diferenças que envolvem uma medida com o sensor k , toma-se

a maior destas diferenças, e esta é comparada com um limite:

$$\max\{|\hat{\omega}_{ij} - \hat{\omega}_{mn}|\} > \phi \quad (3.7)$$

sendo $k \neq i; j; m; n$. Se esta condição, junto com as demais forem verificadas e confirmadas, o sistema FDIR considerará que este sensor k é um forte candidato a estar em falha. Estas verificações são feitas para todos os sensores, inclusive o sensor 5. Ainda assim, é necessário deixar o método mais robusto, uma vez que o problema em questão é de natureza estocástica.

Evidentemente, a presença de ruído nos sensores pode levar o método, da forma que foi explicada acima, a realizar isolações erradas, isto é, isolar um sensor que não falhou. A isolação de um sensor em condições plenas é um tipo de erro que deve ser evitado ao máximo, pois a isolação de um sensor em boas condições não somente causa a perda do mesmo, como resultará, após a aplicação do método de recuperação, em um sistema de navegação com 3 sensores apenas, ou seja, sem redundância, e, além disso, com um sensor defeituoso dentre os três. Ou seja, é evidente que a isolação errada deve ser evitada ao máximo, sendo ela pior, inclusive, do que manter o sensor defeituoso em operação junto com os demais.

Para evitar esse problema, insere-se uma necessidade de confirmação no método sobre o sensor a ser isolado. Esta confirmação se dá da seguinte forma: a cada instante de amostragem o método de isolação é executado. Em cada execução o método “acusa” um sensor. Para que o sensor seja de fato isolado, ele precisa ser o único sensor a ser “acusado” em κ instantes. Em outras palavras, ele precisa ser acusado por κ instantes seguidos e ser o único acusado em todos estes instantes. O fato de ser o único acusado visa a evitar os casos em que, por ventura, mais de um sensor se enquadre nas condições descritas pelas equações 3.6 e 3.7.

Desta forma o método possui três parâmetros, ϵ , ϕ e κ . Estes parâmetros devem ser sintonizados de acordo com os sensores em questão, isto é, a qualidade dos mesmos e os requisitos de capacidade de isolação de falhas, atraso na isolação e taxa de acertos do sistema.

O parâmetro κ esta relacionado diretamente com o atraso na isolação. Quanto maior for κ , maior tende a ser o atraso na isolação, em compensação, menor tende a ser a taxa de erros do método.

Já o parâmetro ϵ visa a evitar que um sensor sadio seja isolado. Quanto menor for ϵ , mais difícil de o sistema “arriscar” isolar algum sensor, uma vez que os sensores corretos precisam estar mais concordantes (que pode oscilar devido aos ruídos).

Por fim, o parâmetro ϕ está diretamente relacionado com a magnitude da falha a ser

detectada. Quanto menor for ϕ , menor precisa ser a falha/discordância para o sistema acusar um sensor. Evidentemente, quanto menor o ϕ , maior será a chance de erro também.

Tanto o parâmetro ϕ como ϵ estão intimamente ligados com a qualidade do sensor 5. Quanto melhor for o sensor 5, mais “rígidos” estes parâmetros podem ser, isto é, menor pode ser o ϵ e menor pode ser o ϕ . Em compensação, quanto pior for o sensor 5, mais “tolerantes” devem ser estes parâmetros.

Um ponto importante desse método a ser indagado é: “Qual deve ser o posicionamento do sensor 5?”. Observa-se que, com os sensores principais na configuração tetraédrica, é impossível colocar um quinto sensor de forma que o seu eixo fique “equidistante” dos demais eixos. Tal fato seria possível em um sistema onde os 4 sensores estão dispostos numa configuração de Classe I (descrita na subseção 2.3.5), onde o quinto sensor poderia entrar no centro do cone. Ainda assim, esse último caso teria o problema de que haveriam 3 sensores coplanares (2 opostos e um central), o que inviabilizaria o uso desta configuração para a isolação.

Outro ponto a ser questionado é: “E se o quinto sensor falhar?”. Neste caso, a estrutura do algoritmo de isolação é tal que o sistema dificilmente conseguirá isolar um sensor. Ou seja, no caso em que o quinto sensor falhar antes de haver uma detecção de falha, quando o método de isolação for executado (que ocorre somente após a falha de um dos 4 sensores principais), o mesmo não conseguirá realizar nenhuma isolação, isto é, não isolará nem o sensor defeituoso nem um sensor em estado pleno. Vale ressaltar que a falha no quinto sensor não é detectada pelo método de detecção. O método de detecção é feito para atuar apenas nos sensores principais e, caso um deles falhe, o método de isolação é então acionado. Todavia, o quinto sensor deve permanecer ligado desde o início da operação, além de ser devidamente calibrado e alinhado.

Ainda sobre o caso de acontecer uma falha no quinto sensor, vale esclarecer que não há contramedidas para contornar esse problema, pois, caso ocorra uma falha apenas no quinto sensor, em nada isso influenciará nos demais. Caso ocorra uma falha em outro sensor além do quinto, tal situação seria igualmente problemática mesmo em um sistema com os 5 sensores de alta qualidade.

É importante ressaltar que, no cálculo das diferenças entre as medidas (equações 3.6 e 3.7), não foi utilizado nenhum tipo de ponderação para as diferenças que envolvem os grupos que possuem o quinto sensor auxiliar, que possui qualidade inferior. Isso se justifica pelo fato de que, como um dos outros sensores principais está em falha, podendo, inclusive, ter sua variância alterada, não faz sentido ponderar uma medida que utiliza o quinto sensor auxiliar quando um dos sensores principais está com medidas errôneas. Em outras palavras, é incoerente ponderar as diferenças que envolvem medidas que utilizam o sensor que, supostamente, tem a pior qualidade de medição (isto é, maior variância,

principalmente), enquanto um outro sensor, ainda não identificado, apresenta medições contaminadas por falha.

Por fim, tendo em vista este método de isolamento de falhas e a discussão na seção 2.2.5, classifica-se este método como de Classificação Estatística, mais especificamente uma Árvore de Decisões. O método realiza, internamente, uma série de combinações de sentenças condicionais, o que está intimamente ligado à estrutura da Árvore de Decisões, embora a diagramação dessa árvore em desenho é inviável e pouco agregaria ao trabalho.

Neste trabalho, no capítulo 4, também se aplica esse método para o caso de 5 sensores de alta qualidade, todos iguais. A finalidade é a comparação do caso com 5 sensores principais, que seria o caso “padrão”, com a solução deste problema. Nesse caso, a configuração a ser utilizada será a mesma da imagem 2.26, o arranjo Classe I para mínimo GDOP com 5 sensores. A aplicação do método, nesse caso, é muito semelhante, mas com algumas pequenas diferenças devido ao número maior de sensores principais.

Os resultados deste método são avaliados de maneira cautelosa no capítulo 4. Além disso, uma parte considerável da estrutura do mesmo é reutilizada para o método com o *cluster* de sensores, no qual, ao invés de se utilizar um único sensor adicional de qualidade inferior, utiliza-se um *cluster* de sensores de qualidade inferior à do quinto sensor utilizado neste método.

3.4 Método de Isolação com *Cluster* Auxiliar

O Método de Isolação utilizando um *Cluster* de sensores auxiliares é, na maior parte, análogo ao método com um sensor auxiliar, porém, o quinto sensor tem suas medidas substituídas por medidas extraídas do *cluster* que são feitas conforme a seção 2.5.

Em termos de metodologia, para a implementação em ambiente de simulação computacional, a principal diferença foi a forma com que se faz a aquisição da “quinta medida”, ou seja, do quinto elemento de $\bar{\omega}$. Os quatro primeiros elementos continuam sendo dados pela equação 2.36.

O quinto elemento de $\bar{\omega}$ é calculado da seguinte forma: Todos os sensores do *cluster* estão alinhados (a priori) e formam a quinta linha da matriz \mathcal{H} . Multiplica-se esta quinta linha pelo vetor velocidade angular (ou medida vetorial em questão), ω , obtendo assim o valor correspondente da componente da velocidade angular verdadeira no eixo do *cluster*. Este valor é então somado ao viés e ao ruído de cada um dos sensores, obtendo-se as N medidas do *cluster*. As propriedades dos sensores do *cluster* e o número de sensores N é configurado antecipadamente. Ou seja, para cada um dos N sensores do *cluster*, a medida é feita de acordo com a equação 2.20. Vale citar que os sensores do *cluster* possuem as

mesmas características técnicas, o que significa que todos são de um mesmo modelo.

Essas N medidas são então verificadas no método dos k vizinhos mais próximos, no qual se calcula a diferença de todos os pares de sensores e se verifica se um dado sensor possui pelo menos k sensores com os quais sua diferença tem módulo menor que uma tolerância ρ . Este método visa a desconsiderar medidas de sensores defeituosos ou que sofreram um ruído espúrio naquele momento.

Tendo os sensores selecionados, calcula-se a média dos mesmos, conforme justificado na subseção 2.5.1, e este valor irá ser o quinto elemento de $\bar{\omega}$.

Todo o resto do método de isolamento permanece idêntico ao apresentado na seção anterior. Desta forma, os parâmetros τ , κ , ϕ e ϵ permanecem, tendo sido acrescentados os parâmetros N , que é o número de sensores do *cluster*, k e ρ para a detecção e isolamento de falhas internas do *cluster*.

Por fim, vale reafirmar que, da mesma forma que no caso da seção anterior, não há ponderação para os cálculos das diferenças das medidas que envolvem grupos de sensores com o *cluster*. A justificativa é a mesma apresentada para o caso com o quinto sensor auxiliar.

3.5 Método de Verificação

O método de verificação implementado é, de certa forma, um método de recuperação parcial. Uma vez o sensor defeituoso conhecido, o mesmo é simplesmente ignorado para fins do cálculo da velocidade angular (ou força específica).

Esse método não é, necessariamente, o método a ser utilizado pelo sistema de navegação, em sentido estrito, para fazer a recuperação definitiva. O principal objetivo deste método é mostrar que a detecção e isolamento da falha são bem sucedidas, mostrando o correto descarte do sensor defeituoso. Por isso, esse método foi chamado de verificação, mas, dependendo da aplicação, é possível que esse método seja a própria recuperação.

Em termos matemáticos, quando o i -ésimo sensor é isolado, o sistema passa a substituir a matriz \mathbf{H} de ordem 4×3 por uma matriz de ordem 3×3 resultante da exclusão da i -ésima linha. Ou seja, \mathbf{H} é substituída por \mathbf{H}_i em todas as operações do sistema, e o mesmo passa a operar normalmente desta forma.

O método não prevê desligamento do sensor defeituoso, para evitar complexidade desnecessária, apenas passa a descartar os dados vindos do mesmo. Além disso, a recuperação é implementada imediatamente após a isolamento do sensor.

Outro ponto é que o método é o mesmo independentemente do método de isolamento utilizado. Isso pode ser feito pois a única entrada para o método de verificação é o número

do sensor defeituoso. Desta forma, elaborou-se uma maneira direta de, sabendo o sensor defeituoso, devolver ao sistema a sua capacidade operacional.

Observa-se, novamente, que esses métodos não utilizaram nenhuma particularidade da grandeza medida, sendo assim, aplicável a qualquer conjunto de sensores que medem uma grandeza vetorial. Além disso, nenhum método se apoiou em alguma particularidade da missão, sendo métodos generalistas que podem ser implementados em qualquer tipo de veículo com sistema de navegação inercial.

3.6 Fluxograma do Programa de Simulação Computacional

A fim de tornar mais claro e permitir a melhor compreensão do programa desenvolvido para a realização das simulações e para a implementação da metodologia, são apresentados, nesta seção, um conjunto de fluxogramas explicando o funcionamento do programa. Os fluxogramas são apresentados da figura 3.2 a 3.7. O fluxograma da figura 3.2 apresenta a lógica do programa em mais alto nível, enquanto os demais detalham os blocos do fluxograma. Tais fluxogramas complementam o fluxograma apresentado na figura 3.1.

Vale ressaltar aqui que o *software* utilizado para a implementação dos algoritmos foi o *MATLAB*, da empresa *MathWorks*. Para as atividades de processamento de alguns dados, elaboração de gráficos, entre outras, o *Microsoft Excel*, da empresa *Microsoft*, foi utilizado. Por isso, como pode se perceber, alguns gráficos apresentam o *layout* do *MATLAB* e outros apresentam o *layout* do *Microsoft Excel*.

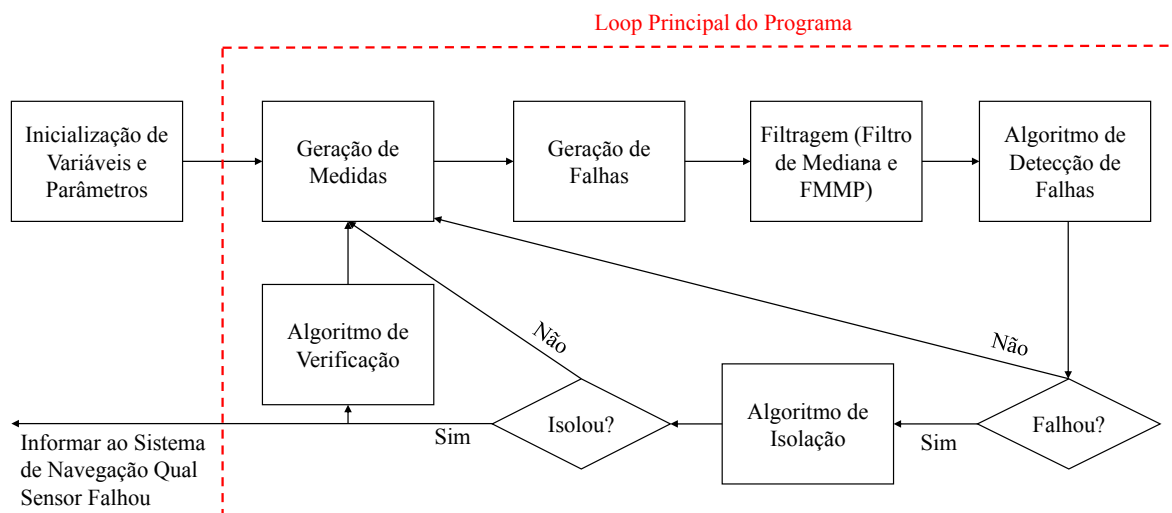


FIGURA 3.2 – Fluxograma em alto nível do programa.

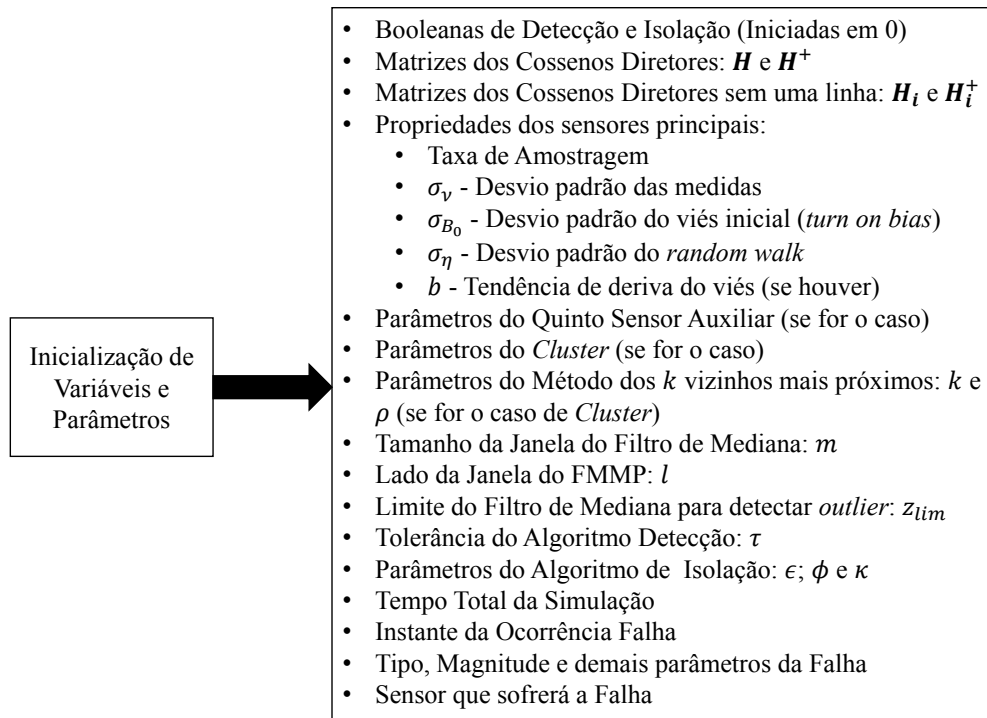


FIGURA 3.3 – Detalhamento das Variáveis e Parâmetros que precisam ser inicializados no programa.

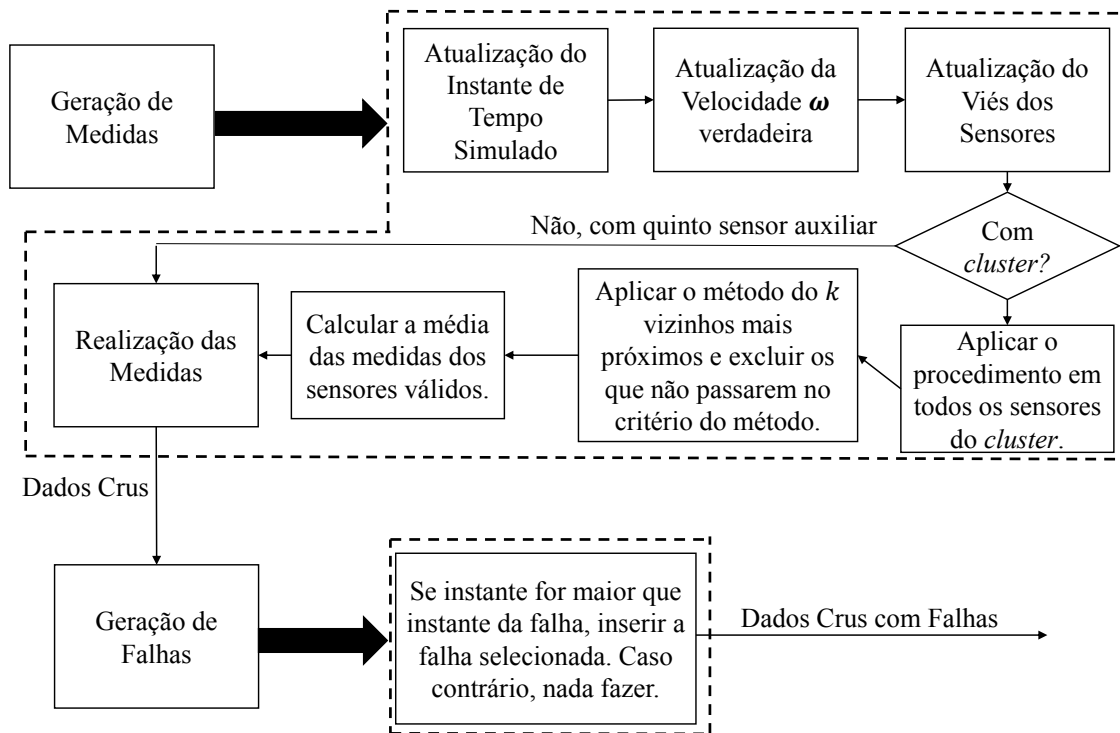


FIGURA 3.4 – Detalhamento das etapas de Geração de Medidas e Geração de Falhas.

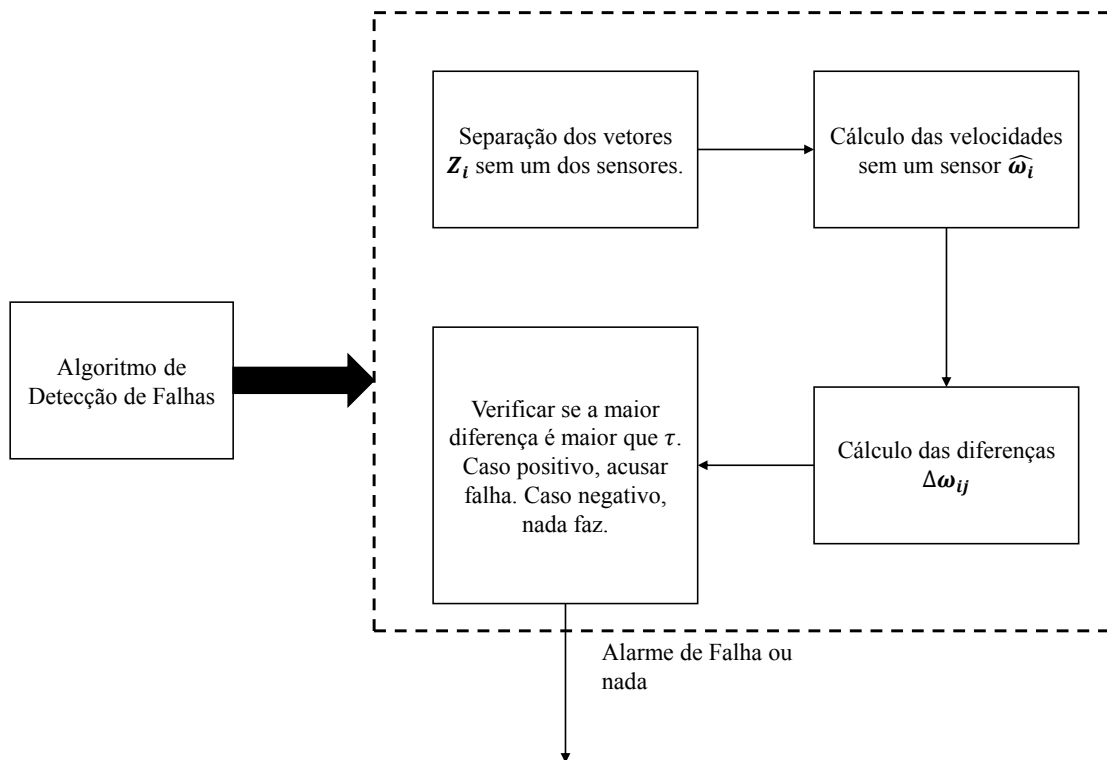


FIGURA 3.5 – Detalhamento, em fluxograma, do Algoritmo de Detecção.

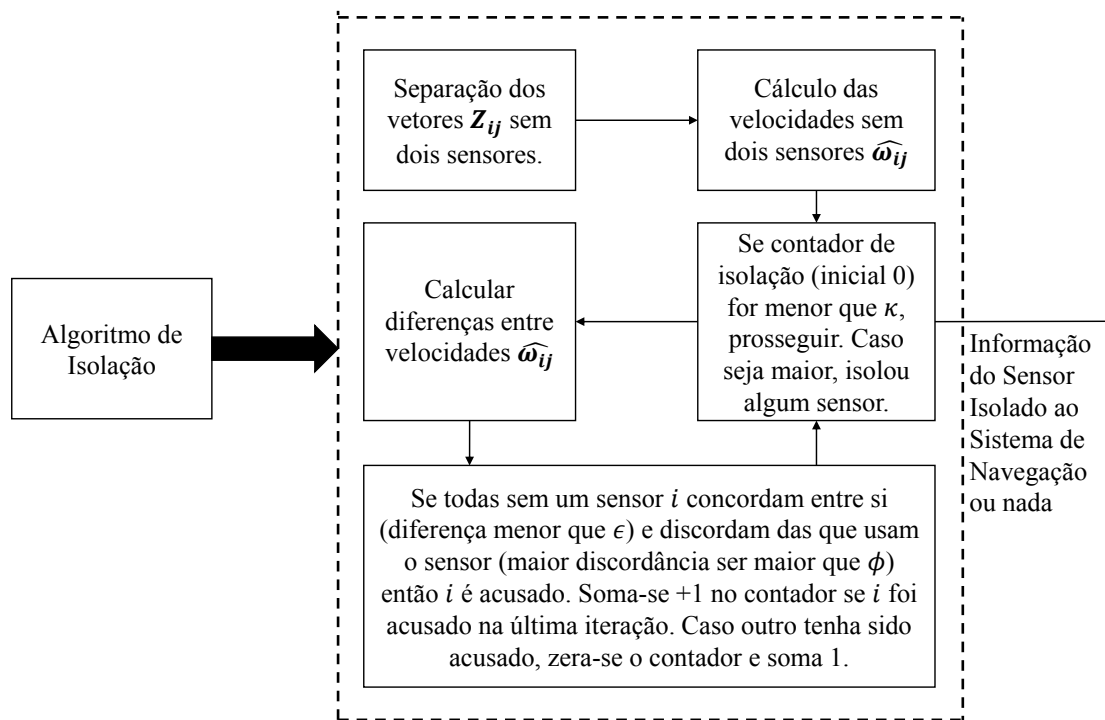


FIGURA 3.6 – Detalhamento, em fluxograma, do Algoritmo de Isolação.

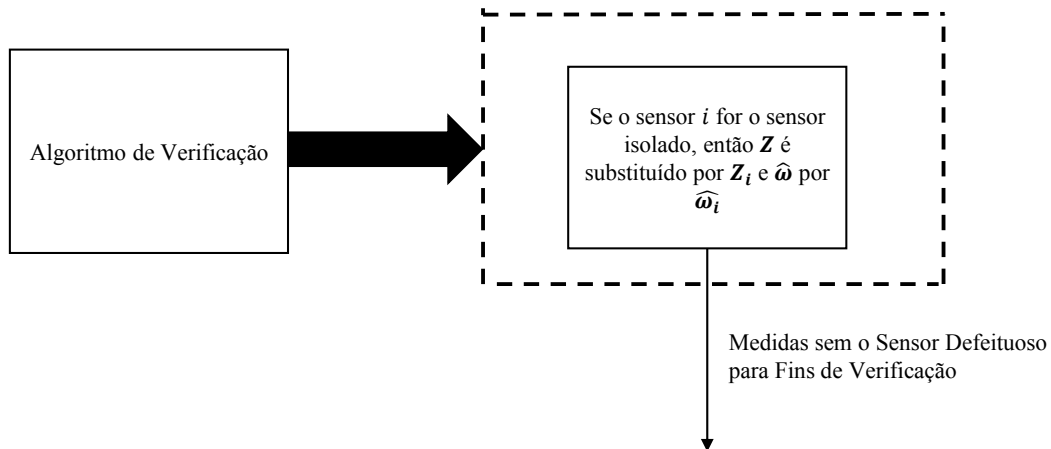


FIGURA 3.7 – Detalhamento do bloco do Algoritmo de Verificação.

3.7 Intervalo de Clopper-Pearson

No capítulo 4, os resultados do método descrito são avaliados. Dentre os quais estão a taxa de falso alarme e a taxa de acertos na isolação. Esses resultados são de natureza binária, ou seja, em cada simulação, o resultado para a pergunta “houve falso alarme?” será “sim” ou “não”, assim, pode-se atribuir o número 1 para o resultado “sim” e o número 0 para o resultado “não”. Ou seja, o acontecimento de um falso alarme pode ser visto como uma variável aleatória de Bernoulli (STARK; WOODS, 2012) (COX; HINKLEY, 1974).

Em termos práticos, uma variável aleatória de Bernoulli é aquela cuja realização tem probabilidade p de ser 1 e probabilidade $q = 1 - p$ de ser 0. No caso dos resultados a serem analisados, deseja-se estimar o verdadeiro valor de p , que seria a probabilidade de ocorrer um falso alarme. O estimador mais comum de ser utilizado é a média, isto é, a razão entre o número de falsos alarmes, x , pelo número total de simulações N . Ou seja:

$$\hat{p} = \frac{x}{N} \quad (3.8)$$

O estimador de média não é enviesado e é consistente, isto é, ele não tem uma tendência de erro (para mais ou para menos) e quanto maior N , mais confiável é seu resultado, convergindo para o valor verdadeiro (STARK; WOODS, 2012). Todavia, como saber o “quão” próximo o estimador está do p verdadeiro? Por isso, utiliza-se um Intervalo de Confiança (IC). O IC é um intervalo que possui um parâmetro α . Este parâmetro α , geralmente utilizado como 0,05, denota o IC como IC de $(1 - \alpha) * 100\%$ de confiança. Por exemplo, para um $\alpha = 0,05$, tem-se um IC de 95% de confiança (STARK; WOODS, 2012) (COX; HINKLEY, 1974).

O significado dessa porcentagem de confiança deve ser esclarecido. Utilizando como base um IC de 95% de confiança, uma forma de interpretar este intervalo é que, se o procedimento de estimação for realizado várias vezes, em 95% das vezes o parâmetro verdadeiro estará no intervalo (COX; HINKLEY, 1974). Em outras palavras, ao prosseguir com uma estimativa e com um IC de 95% de confiança, a probabilidade deste intervalo conter o valor verdadeiro do parâmetro é de 95% (STARK; WOODS, 2012).

Todavia, no estudo de Brown *et al.* (2001), evidencia-se que o cálculo de um IC para uma variável de Bernoulli é um problema em aberto. Ou seja, não há um método para calcular um IC com exatamente 95% de confiança. É comum o cálculo por meio de aproximação de uma distribuição normal, todavia, os resultados não são perfeitos. Os erros se tornam muito evidentes quando p é muito próximo de 0 ou quando p é muito próximo de 1.

Em seu trabalho, Brown *et al.* (2001) cita outras formas de calcular o IC. Em uma destas formas, o IC é sempre conservador. Ou seja, se o cálculo for feito para 95% de confiança, certamente o seu IC terá uma confiança verdadeira maior que 95 %, mas que é desconhecida. Este é o Intervalo de Clopper-Pearson. Na visão do autor, o Intervalo de Clopper-Pearson é excessivamente conservativo, muitas vezes exigindo um N grande para atingir a confiança desejada. Todavia, como as simulações computacionais podem ser repetidas sucessivas vezes rapidamente, tal fato não é problema na aplicação desta DM. Assim, o resultado será sempre conservativo nas análises do estudo de caso.

O intervalo de Clopper-Pearson é calculado pelas equações 3.9 a 3.11. A equação 3.9 é o caso geral, onde x é a variável observada (por exemplo, o número de falsos alarmes observados) e N é o número total de experimentos (no caso, simulações). A equação 3.10 é para o caso em que $x = 0$. E a equação 3.11 é para o caso em que $x = N$. Por fim, $B(a; b; c)$ é o resultado para o a -ésimo quantil da distribuição Beta de parâmetros b e c .

$$\left(B\left(\frac{\alpha}{2}; x; N - x + 1\right); B\left(1 - \frac{\alpha}{2}; x + 1; N - x\right) \right) \quad (3.9)$$

$$\left(0; 1 - \left(\frac{\alpha}{2}\right)^{1/N} \right) \quad (3.10)$$

$$\left(\left(\frac{\alpha}{2}\right)^{1/N}; 1 \right) \quad (3.11)$$

Mais informações sobre a distribuição Beta podem ser encontradas em Stark e Woods (2012), já sobre a discussão de IC, em Brown *et al.* (2001).

Para cada configuração a ser avaliada, como o problema em questão é estocástico, será aplicado o método de Monte Carlo, no qual são realizadas sucessivas simulações tendo alguns parâmetros inicializados de forma estocástica ao início de cada simulação.

3.8 Métricas de Resultados

Para avaliar e comparar os resultados dos experimentos, é necessário estabelecer métricas. As seguintes métricas, adaptadas principalmente dos trabalhos de Araújo (2015) e Oliveira (2011), foram as consideradas na avaliação dos resultados:

- **Taxa de Falso Alarme de Detecção:** Razão entre o número de acusações de falhas, quando não há falha presente; e o número total de experimentos.
- **Atraso para a Detecção:** Tempo decorrido entre o surgimento da falha e a detecção da mesma pelo sistema.
- **Taxa de Detecção:** Razão entre o número de detecções de falhas, com presença de falha; e o número total de experimentos. Por exemplo, se o experimento for feito dez vezes, com a presença de falha, e em nove vezes ocorrer a acusação, pelo sistema, de uma falha existente, considerar-se-á que a taxa de detecção foi de $9/10 = 90\%$.
- **Magnitude Mínima de Detecção:** Menor valor necessário da magnitude da falha para a detecção da mesma.
- **Taxa de Isolações Erradas:** Razão entre o número de isolações incorretas, isto é, quando o sensor isolado não é o sensor defeituoso, e o número total de experimentos. Uma situação de isolação errada ocorre, por exemplo, quando o sensor defeituoso é o sensor 3, mas o sistema isola o sensor 2.
- **Atraso para a Isolação:** Tempo decorrido entre o surgimento da falha e sua isolação.
- **Taxa de Isolação Correta:** Razão entre o número de isolações corretas, isto é, quando o sensor isolado é o próprio sensor defeituoso, e o número total de experimentos. Ou seja, é a razão entre acertos do sistema de isolação e o total de experimentos.
- **Magnitude Mínima para Isolação:** Menor valor necessário da magnitude da falha para a isolação da mesma.

4 Implementação, Resultados e Discussões

Neste capítulo, implementou-se a metodologia deste trabalho. O Ambiente de Simulação Computacional, desenvolvido no capítulo 3, é implementado, junto com os métodos de detecção, isolamento e recuperação de falhas. Ainda neste capítulo, os resultados da implementação são analisados e discutidos. Este capítulo está dividido em nove seções. Na primeira é feita a implementação propriamente dita, com a apresentação de resultados pontuais. Na segunda seção, apresentam-se os resultados do algoritmo de detecção de falhas e discute-os. Na terceira seção, apresentam-se os resultados do algoritmo de isolamento com o quinto sensor auxiliar. Em seguida, o algoritmo de isolamento com o *cluster* de sensores tem seus resultados apresentados. Na quinta seção, apresentam-se os resultados do algoritmo de isolamento para o caso com cinco sensores de alta qualidade (principais). Na sexta seção, é feita a discussão dos resultados das três seções anteriores, compilando em uma única seção a discussão dos resultados do algoritmo de isolamento. Já na sétima seção, é feita uma análise e discussão sobre a confiabilidade do sistema e suas diferentes configurações. Na penúltima seção, são mostrados e discutidos os resultados da aplicação da metodologia em dados capturados por sensores inerciais verdadeiros. Por fim, na nona seção, é feita uma discussão sobre aspectos computacionais do programa desenvolvido.

4.1 Implementação

Antes de prosseguir para a análise estatística dos resultados com o método de Monte Carlo, serão apresentadas algumas aplicações pontuais dos métodos, visando a facilitar a compreensão do funcionamento do mesmo na prática. A implementação foi feita em “etapas” a fim de mostrar os detalhes do processo.

4.1.1 Implementação do Ambiente de Simulação

A primeira etapa a ser implementada é o próprio ambiente de simulação, inicialmente com os dados “crus”, isto é, sem filtros.

Para a simulação dos sensores principais e para trabalhar com propriedades de um sensor verdadeiro, optou-se por utilizar os dados do sensor *EMCORE-Hawkeye EG-1300 Lithium-Niobate FOG*, da *EMCORE*, cujo *datasheet* pode ser encontrado em EMCORE (2016a). Este sensor tem como aplicações recomendadas: Guiamento de mísseis e veículos lançadores, navegação de Veículos Aéreos Não Tripulados (VANT), aviação geral e robótica. Ou seja, é um sensor com alto nível de qualidade. O custo destes sensores, na época deste trabalho, é de US\$ 35.000,00 por unidade.

Estes sensores e suas propriedades servem como base para o restante do trabalho. As propriedades a serem utilizadas para a simulação são:

- Saturação: $\pm 343^\circ/s$
- Desvio Padrão do Viés Inicial: $\sigma_{B_0} = 0,01^\circ/h$
- Desvio Padrão do Ruído: $\sigma_\nu = 0,01^\circ/h$
- Desvio Padrão do *Random Walk*: $\sigma_\eta = 0,001^\circ/h$
- Taxa de Amostragem escolhida: $100Hz$

A taxa de amostragem é configurável, desde que esteja dentro da capacidade do sensor. Com estes dados dos sensores é possível simular uma aquisição de dados.

O resultado desta etapa do ambiente de simulação são os dados bruto, sem filtragem. Na figura 4.1, pode-se ver um resultado onde a velocidade angular verdadeira é nula. Para este caso, a simulação teve tempo programado de 200 segundos.

Em seguida, implementou-se a capacidade de inserir falhas no ambiente de simulação.

Na figura 4.2, mostra-se um resultado de uma simulação com falha degrau de magnitude $0,5^\circ/s$ que ocorre no instante de 50 segundos no sensor 3. Já na figura 4.3 foi inserida uma falha rampa de inclinação $0,05^\circ/s^2$ no sensor 2, no instante de 100 segundos de simulação. Em ambas as simulações o vetor velocidade angular foi dado pela equação 4.1.

$$\boldsymbol{\omega} = \begin{bmatrix} 3 \cdot \text{sen}(0,01 \cdot t) + 1 \cdot \text{cos}(0,04 \cdot t) \\ 1 \cdot \text{cos}(0,01 \cdot t) + 2 \cdot \text{sen}(0,08 \cdot t) \\ 4 \cdot \text{sen}(0,1 \cdot t) + 3 \cdot \text{sen}(0,02 \cdot t) \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

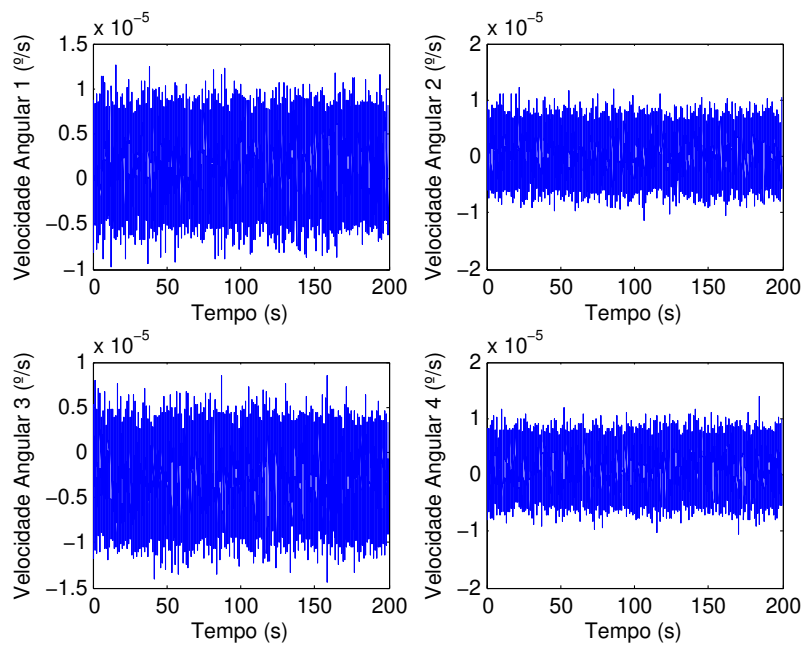


FIGURA 4.1 – Simulação de medidas cruas, sem filtragem, com velocidade angular nula.

A falha é visualmente perceptível na figura 4.2. Já no segundo caso, a falha é de difícil percepção visual, mas se pode comparar as duas figuras para perceber que as medidas do sensor 2 diferem entre si (na figura 4.2 o sensor 2 está correto, e na 4.3 ele está em falha). Pode-se comparar, por exemplo, a diferença entre o valor final do sensor 2 nas duas figuras. Ou ainda a diferença do valor do terceiro pico.

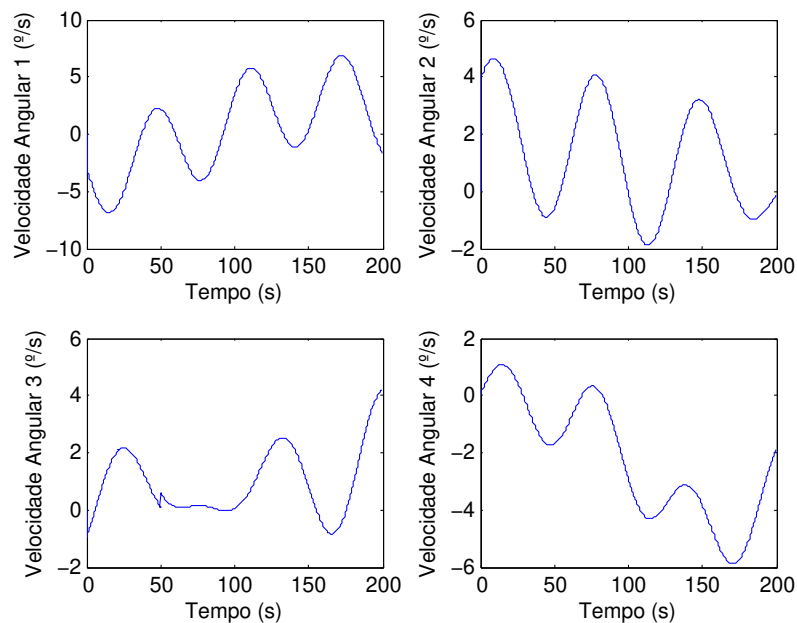


FIGURA 4.2 – Simulação de medidas cruas, com falha degrau no sensor 3.

Como os índices de ruídos são muito menores do que os valores medidos, as linhas dos

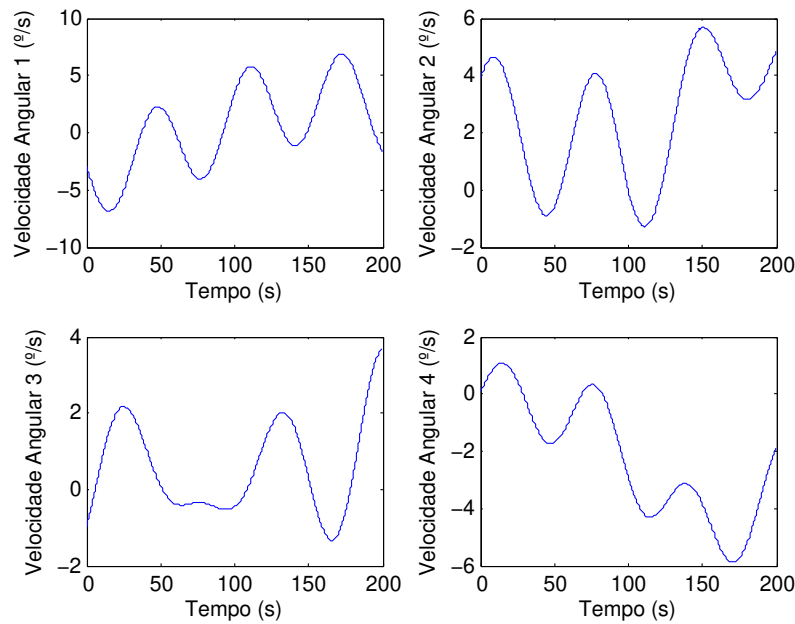


FIGURA 4.3 – Simulação de medidas cruas, com falha rampa no sensor 2.

gráficos parecem “lisas”, mas o ruído é o mesmo do observado na figura 4.1.

Por fim, são implementados os filtros (FM e FMMP) no ambiente de simulação, finalizando esta primeira etapa da implementação.

Na figura 4.4, observa-se os dados filtrados de uma simulação com velocidade angular nula. Comparando com a figura 4.1, nota-se que de fato o ruído foi atenuado. O FM tem janela de tamanho $l = 3$ e limite de z -score de $1,0 \text{ }^\circ/\text{s}$. Já o FMMP tem lado da janela de tamanho $m = 2$, ou seja, tamanho da janela $2m + 1 = 5$. Estes valores são utilizados como base para o resto do trabalho.

Na figura 4.4, vale atentar que a escala das ordenadas está multiplicada por 10^{-6} , diferente da escala da figura 4.1, que está multiplicada por 10^{-5} .

4.1.2 Implementação do Algoritmo de Detecção

Com o ambiente de simulação plenamente implementado, prossegue-se com a implementação do Algoritmo de Detecção.

Tal fato é feito com a implementação da lógica do algoritmo apresentado na seção 3.2 no ambiente de simulação. Ao implementar o método, pôde-se verificar que de fato o sistema é capaz de realizar a detecção de falhas. O desempenho desta detecção é analisado na seção 4.2.

A fim de ilustrar um resultado pontual do método, para as configurações de sensores previamente estabelecidas na subseção 4.1.1 e para uma falha do tipo degrau de magnitude

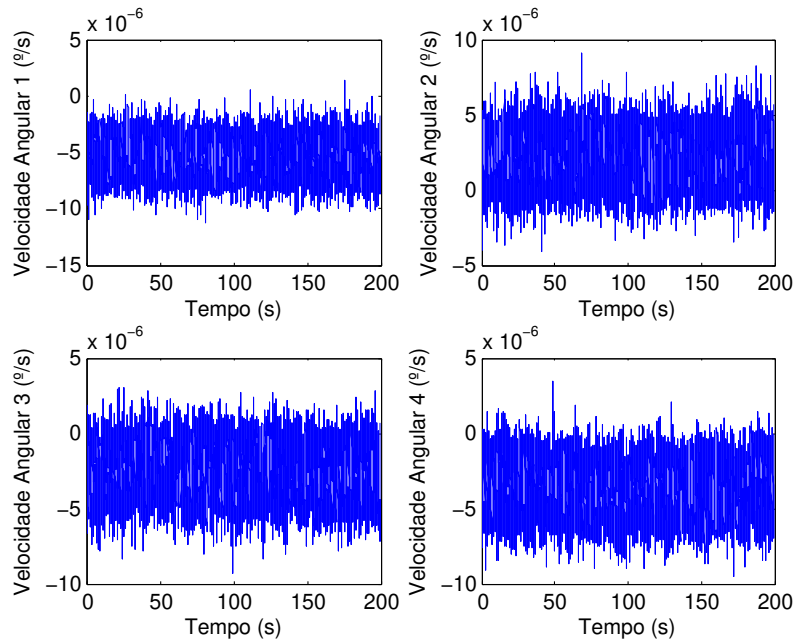


FIGURA 4.4 – Simulação de dados filtrados, com velocidade angular nula.

de $10^{-4} \text{ }^\circ/\text{s}$ aplicada no sensor 1, no instante de 100 segundos, configurou-se a tolerância em $\tau = 10^{-4} \text{ }^\circ/\text{s}$. O FM tem janela de tamanho $l = 3$ e limite de z -score de $1,0 \text{ }^\circ/\text{s}$. Já o FMMP tem lado da janela de tamanho $m = 2$, ou seja, tamanho da janela $2m + 1 = 5$.

O resultado de uma simulação com estas condições pode ser visto no gráfico da figura 4.5, onde se mostra a maior diferença entre as medidas e, na linha vermelha, a tolerância do método de detecção de falhas. Neste caso, a velocidade angular verdadeira foi a mesma da equação 4.1 e as características dos filtros são as mesmas da subseção anterior, ou seja, o FM tem janela de tamanho $l = 3$ e limite de z -score de $1,0 \text{ }^\circ/\text{s}$. Já o FMMP tem lado da janela de tamanho $m = 2$, ou seja, tamanho da janela $2m + 1 = 5$.

4.1.3 Implementação do Algoritmo de Isolamento e Recuperação

A implementação do Algoritmo de Isolamento é apresentada junto com a implementação do algoritmo de Verificação (ou Recuperação). Isso se deve ao fato de que não há gráficos que ilustrem de maneira “palpável” a execução do algoritmo de isolamento. Neste caso, a melhor ilustração é justamente mostrar o sistema recuperando sua capacidade após o mesmo isolar a falha e excluir o sensor defeituoso. São apresentados dois casos, o primeiro utilizando um quinto sensor de qualidade inferior, e o segundo caso com o *cluster* de sensores.

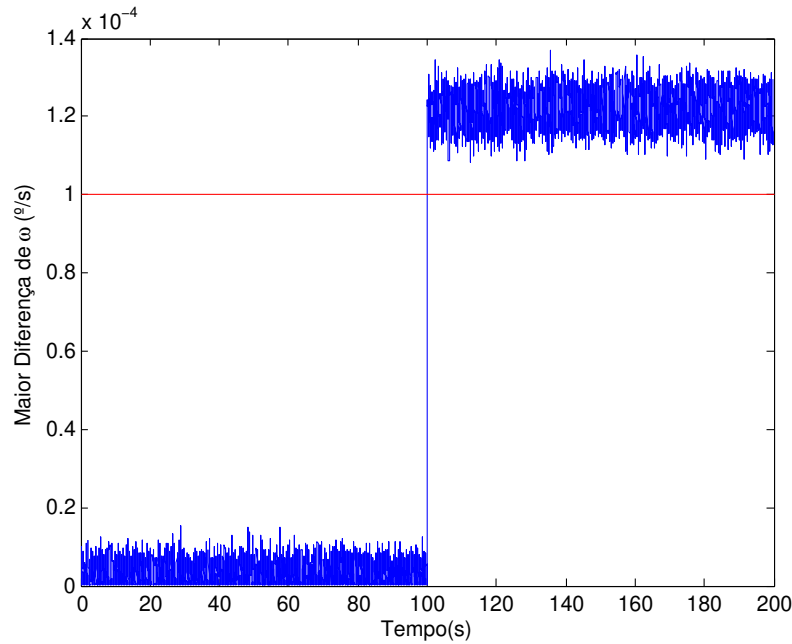


FIGURA 4.5 – Maior diferença entre medidas. Pode-se notar o surgimento da falha no instante de 100 segundos. A linha vermelha indica a tolerância τ .

4.1.3.1 Para Sensor Auxiliar

A fim de ilustrar um resultado pontual deste método, foi feita uma simulação com sensores principais idênticos ao caso da subseção 4.1.1. Foi inserida uma falha do tipo degrau no sensor 1 de magnitude $0,1^\circ/s$. A velocidade angular verdadeira é a mesma dada pela equação 4.1. Para melhor visualização, a simulação foi de 10 segundos, com a falha ocorrendo no instante de 5 segundos. Isso se justifica pois, se o tempo de simulação fosse maior, como o sistema rapidamente suprime a falta e como a mesma tem magnitude pequena (se comparada a velocidade angular verdadeira), a visualização em gráfico seria muito difícil.

O método utilizado para a isolamento foi o método da seção 3.3, com um sensor auxiliar. Por fim o sensor escolhido para ser simulado foi o *EMCORE-Hawkeye Series EG-120 FOG Digital*, da *EMCORE*, cujo *datasheet* pode ser encontrado em EMCORE (2016b). O custo destes sensores, na época deste trabalho, é de US\$ 3.700,00 por unidade, cerca de 10,6% do custo de um sensor principal. As propriedades deste sensor usadas para a simulação são:

- Saturação: $\pm 250^\circ/s$
- Desvio Padrão do Viés Inicial: $\sigma_{B_0} = 1^\circ/h$
- Desvio Padrão do Ruído: $\sigma_\nu = 1^\circ/h$

- Desvio Padrão do *Random Walk*: $\sigma_\eta = 0,02^\circ/h$

Evidentemente, a taxa de amostragem é de 100 Hz, para sincronizar com os sensores principais. Por fim, os parâmetros para a isolamento foram $\kappa = 14$, $\phi = 0,007^\circ/s$, $\epsilon = 0,0005^\circ/s$ e $\tau = 0,0001^\circ/s$. O resultado da simulação pode ser visualizado na figura 4.6, na qual se mostra a velocidade angular medida no eixo z e a respectiva componente da velocidade angular verdadeira. O surgimento da falha e a correção nas medidas são visíveis na imagem.

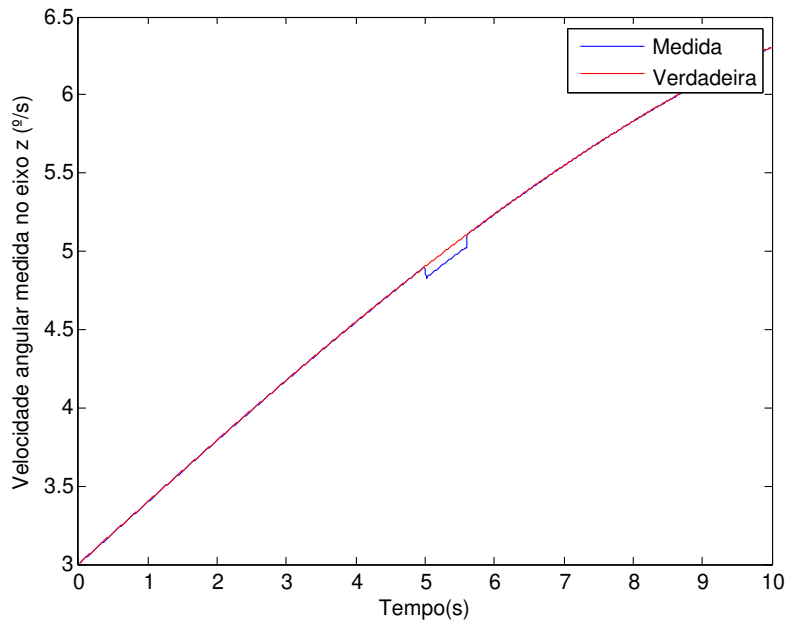


FIGURA 4.6 – Recuperação de uma falha com o método do sensor auxiliar.

Sobre a figura 4.6, nota-se que o tempo de isolamento, no caso ilustrado, foi de aproximadamente 0,5 segundo. Isso se justifica pelos parâmetros escolhidos para a geração dos dados da imagem. Justamente buscou-se uma configuração que permitisse a fácil visualização da isolamento da falha. Evidentemente, poder-se-ia utilizar configurações de ϵ , κ e ϕ visando a uma isolamento mais rápida, mas, nesta imagem, prezou-se pela clareza na visualização.

Além desse aspecto, vale esclarecer que, o tempo necessário para a isolamento é, no mínimo, $\kappa \cdot \Delta T$, sendo ΔT o intervalo de amostragem, somado do atraso dos filtros, dado por $(l - 1)/2 + m$ amostras, conforme apresentado na subseção 2.4.4. Substituindo os valores utilizados, tem-se que o atraso mínimo para a isolamento, neste presente caso ilustrado, ou seja, $l = 3$ e $m = 2$, é de 17 amostras, o que equivale a 0,17 segundo. O atraso real, na maioria das vezes, será maior que o atraso mínimo, devido à necessidade de confirmação, pelo algoritmo, em κ instantes, o que pode não acontecer em κ instantes seguidos. Caso mais de um sensor seja acusado para a isolamento, o algoritmo tem sua

contagem de confirmações reiniciada. Por isso, o atraso real na isolação nem sempre é igual ao atraso mínimo.

4.1.3.2 Para *Cluster* de Sensores

Da mesma forma, para ilustrar uma aplicação do método com *cluster* de sensores auxiliares de qualidade ainda menor, reproduziu-se a situação anterior. Isto é, uma taxa de amostragem de 100 Hz, uma falha do tipo degrau de magnitude $0,1^\circ/s$ no sensor 1, com a velocidade angular dada pela equação 4.1, 10 segundos de simulação com surgimento da falha no instante de 5 segundos.

O método utilizado para a isolação foi o método da seção 3.4. O sensor escolhido para ser simulado foi o *CRS07-02S*, da *Silicon Sensing*, cujos dados podem ser encontrados em SILICON (2013). O custo destes sensores, na época deste trabalho, é de US\$ 300,00 por unidade, cerca de 0,86% do custo de um sensor principal e cerca de 8,1% do custo do sensor auxiliar utilizado no outro método. As propriedades deste sensor usadas para a simulação são:

- Saturação: $\pm 100^\circ/s$
- Desvio Padrão do Viés Inicial: $\sigma_{B_0} = 100^\circ/h$
- Desvio Padrão do Ruído: $\sigma_\nu = 0,05^\circ/s$
- Desvio Padrão do *Random Walk*: $\sigma_\eta = 10^\circ/h$

Da mesma forma, a taxa de amostragem é de 100 Hz. Por fim, os parâmetros para a isolação foram $\kappa = 14$, $\phi = 0,1^\circ/s$, $\epsilon = 0,02^\circ/s$ e $\tau = 0,0001^\circ/s$. Para o *cluster*, foram utilizados 12 sensores, com os parâmetros do método dos k vizinhos como $k = 6$ e $\rho = 0,10^\circ/s$. O resultado da simulação pode ser visualizado na figura 4.7, onde mostra-se a velocidade angular medida no eixo z e a respectiva componente da velocidade angular verdadeira. O surgimento da falha e a correção nas medidas são visíveis na imagem.

Sobre a figura 4.7, nota-se que o tempo de isolação, no caso ilustrado, foi de aproximadamente 1 segundo. A mesma justificativa feita para a figura 4.6 se aplica a esta figura também.

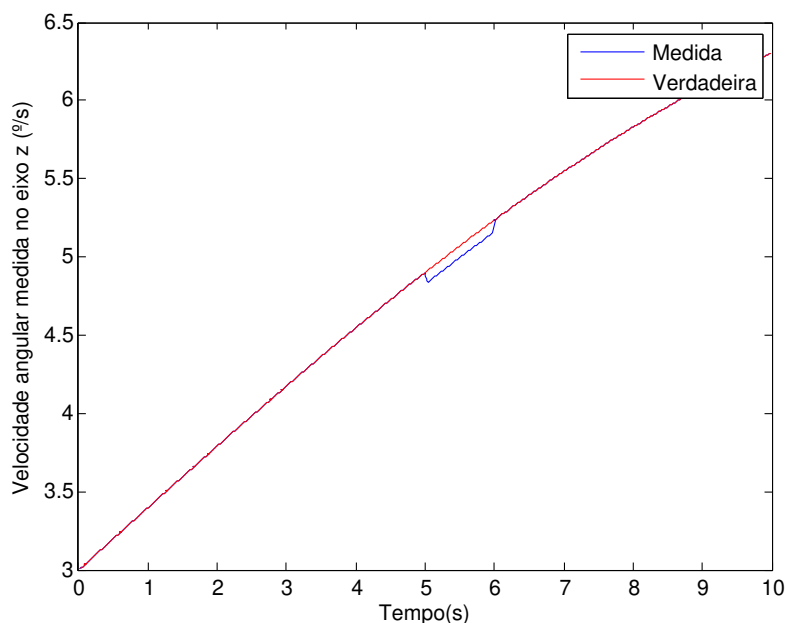


FIGURA 4.7 – Recuperação de uma falha com o método do *cluster* auxiliar.

4.2 Resultados e Discussões - Algoritmo de Detecção

4.2.1 Taxa de Falso Alarme em Sensores sem Falhas

Com os algoritmos devidamente elaborados e implementados, levantam-se os resultados do algoritmo de detecção de falhas.

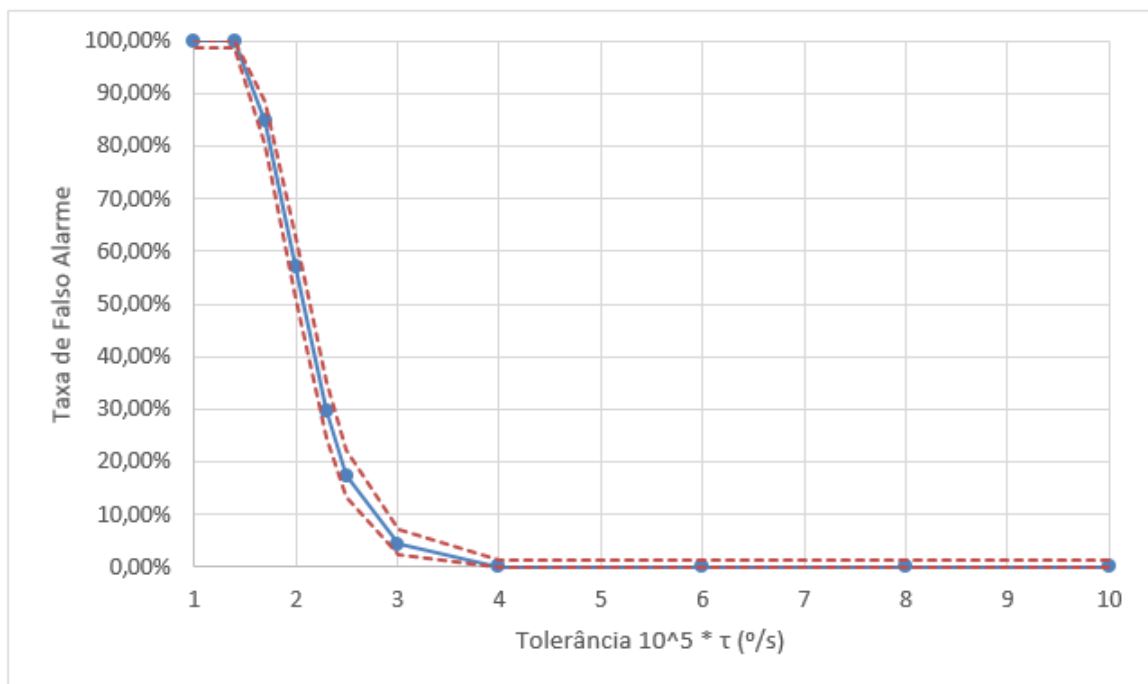
A primeira análise a ser feita para o algoritmo de detecção é a taxa de falsos alarmes para sensores em condições plenas. Ou seja, deve-se buscar uma tolerância τ que não acarrete em muitos falsos alarmes. A taxa de falsos alarmes é a razão entre as acusações de falhas inexistentes pelo total de simulações.

Os resultados foram colhidos utilizando os mesmos sensores e parâmetros da subsecção 4.1.1. As simulações foram de 600 segundos. Para cada tolerância testada, realizou-se 300 simulações. Em todos os casos, a velocidade simulada foi nula. Os resultados são apresentados na tabela 4.1 e na figura 4.8. Os intervalos na tabela são os intervalos de Clopper-Pearson para 95% de confiança, explicados na seção 3.7.

A discussão dos resultados será feita com mais cautela na subsecção 4.2.7. Por ora, vale notar que, obviamente, a taxa de falsos alarmes cresce conforme a tolerância é reduzida.

TABELA 4.1 – Relação entre falsos alarmes e tolerância para 4 sensores sem falhas.

τ ($^{\circ}/s$)	Tx. Falso Alarme (%)	Intervalo (%)
$10,0 \cdot 10^{-5}$	0,00	(0,00; 1,22)
$8,0 \cdot 10^{-5}$	0,00	(0,00; 1,22)
$6,0 \cdot 10^{-5}$	0,00	(0,00; 1,22)
$4,0 \cdot 10^{-5}$	0,00	(0,00; 1,22)
$3,0 \cdot 10^{-5}$	4,33	(2,33; 7,30)
$2,5 \cdot 10^{-5}$	17,33	(13,22; 22,10)
$2,3 \cdot 10^{-5}$	29,67	(24,55; 35,19)
$2,0 \cdot 10^{-5}$	57,00	(51,19; 62,68)
$1,7 \cdot 10^{-5}$	84,67	(80,08; 88,55)
$1,4 \cdot 10^{-5}$	100,00	(98,78; 100,00)
$1,0 \cdot 10^{-5}$	100,00	(98,78; 100,00)

FIGURA 4.8 – Taxa de falso alarme. As linhas tracejadas mostram o intervalo de Clopper-Pearson. Nota-se que a abcissa é dada pelo produto $\tau \cdot 10^5$.

4.2.2 Detecção da Falha Degrau

Após coletar os resultados da taxa de falsos alarmes, realiza-se a capacidade de detecção de falhas do algoritmo.

Os dados são coletados em duas formas: na primeira, para um dado valor de tolerância, varia-se a magnitude da falha degrau; na segunda, observa-se para uma mesma magnitude de falha, o resultado para diferentes tolerâncias. Em outras palavras, os resultados são observados de forma “matricial”, isto é, para uma dada tolerância, testa-se

diversas magnitudes de falha e vice-versa.

Tendo em vista que o objetivo deste levantamento de resultado não é a análise da taxa de falsos alarmes, diminui-se o tempo de simulação que antes era de 600 segundos para apenas 60 segundos, pois não há necessidade de aumentar o tempo de simulação, uma vez que pouca informação seria agregada. Nessa situação, a falha ocorre no instante de 20 segundos. São feitas 300 simulações em cada caso.

Como os resultados são apresentados em grandes tabelas, os mesmos estão presentes no Anexo A, na seção A.1. Na figura 4.9, encontram-se os resultados em forma de gráfico com as taxas de detecção em função da magnitude. As linhas do IC foram omitidas para maior clareza da figura. As diferentes cores mostram as diferentes tolerâncias τ . A escala do eixo das abcissas é logarítmica.

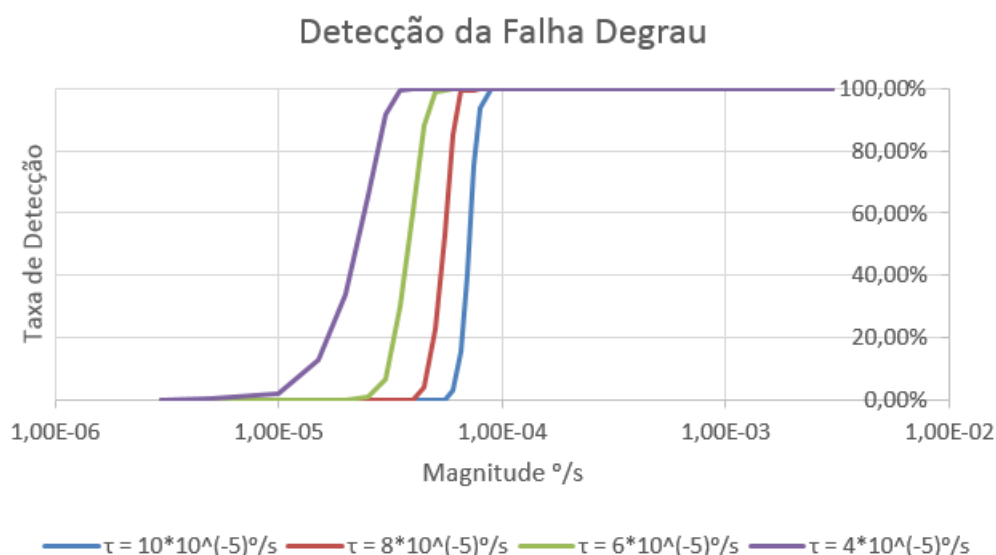


FIGURA 4.9 – Taxa de Detecção da Falha Degrau. No eixo das abcissas, tem-se a magnitude da falha degrau.

4.2.3 Detecção da Falha Rampa

Para a falha rampa, testa-se diferentes “inclinações” da falha rampa em diferentes tolerâncias. Ou seja, da mesma forma que na subseção anterior, para uma determinada tolerância, testou-se diferentes inclinações, e vice-versa.

Como a falha rampa cresce de maneira gradual, o tempo de simulação foi colocado em 120 segundos, para cada simulação, de forma que a falha pudesse crescer até ser detectada. A falha ocorre no instante de 20 segundos. Neste caso, a falha sempre é detectada, uma vez que ela cresce indefinidamente. Assim, a principal métrica, neste caso, é o atraso da detecção, que está intimamente ligado com a magnitude da falha no momento da detecção. Novamente, para cada caso, foram feitas 300 simulações.

Da mesma forma que os resultados anteriores, devido ao grande volume das tabelas, as mesmas foram colocadas no Anexo A, na seção A.2. No gráfico da figura 4.10, encontram-se os resultados da magnitude média da falha no momento da detecção em função da inclinação da rampa (a taxa de variação da mesma). As diferentes cores mostram as diferentes tolerâncias τ . No gráfico da 4.10, a escala foi alterada para focar na região onde as curvas se diferenciam (região de maior interesse), excluindo-se o primeiro ponto, onde todas obtêm o mesmo resultado, conforme pode-se depreender das tabelas da seção A.2. Além disso, nota-se que a escala do gráfico não é linear.

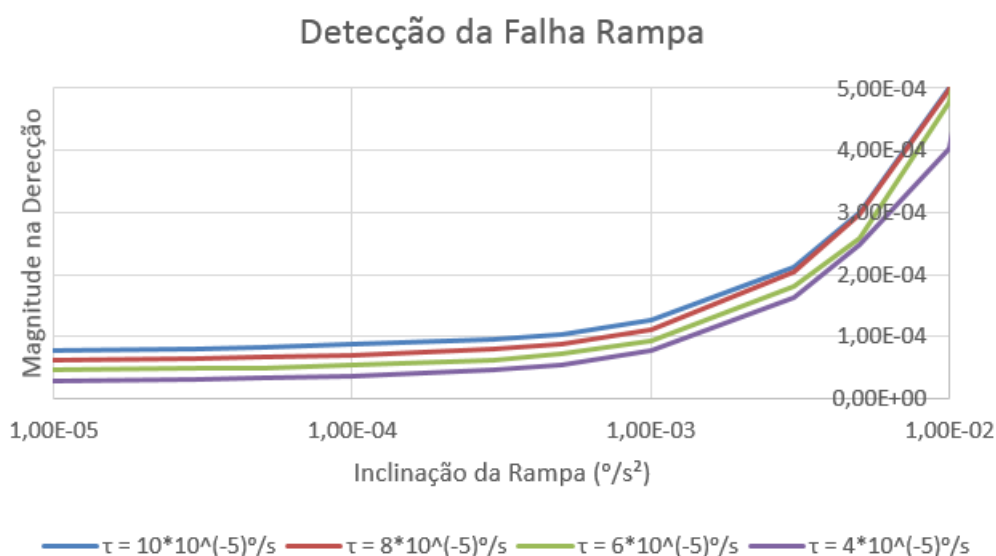


FIGURA 4.10 – Magnitude de Detecção da Falha Rampa.

4.2.4 Detecção com 5 sensores principais - Taxa de Falsos Alarmes

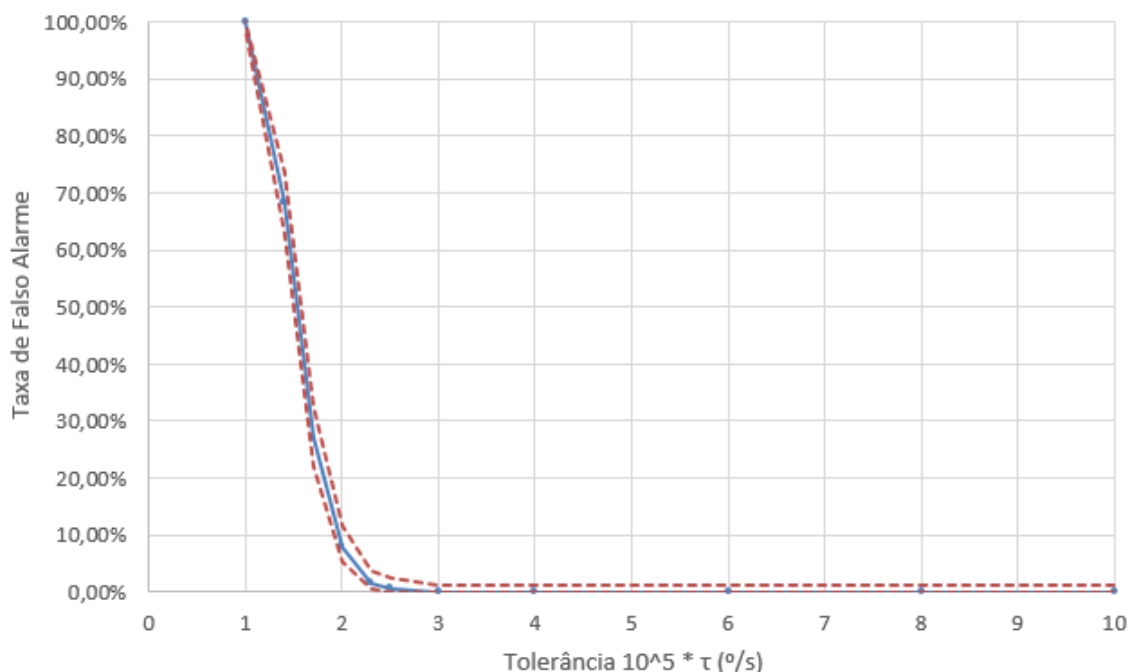
O caso de 5 sensores principais, isto é, 5 sensores de alta qualidade (no caso dos resultados deste trabalho, considerou-se o modelo *EMCORE-Hawkeye EG-1300 Lithium-Niobate FOG*, da *EMCORE*), é o caso padrão. Evidentemente, é importante comparar os métodos desenvolvidos neste trabalho com o caso padrão.

O levantamento dos resultados para o método de detecção foi feito de forma semelhante ao que foi feito na subseção 4.2.1. Foram feitas simulações de 600 segundos, sendo feitas 300 simulações para cada configuração testada. Os parâmetros do FM e do FMMP foram mantidos. Os intervalos de Clopper-Pearson, assim como em todo o trabalho, são de 95% de confiança.

O levantamento dos falsos alarmes está na tabela 4.2. Na figura 4.11, constam os dados em forma de gráfico e os respectivos intervalos.

TABELA 4.2 – Relação entre falsos alarmes e tolerância para 5 sensores sem falhas.

τ ($^{\circ}/s$)	Tx. Falso Alarme (%)	Intervalo (%)
$10,0 \cdot 10^{-5}$	0,00	(0,00; 1,22)
$8,0 \cdot 10^{-5}$	0,00	(0,00; 1,22)
$6,0 \cdot 10^{-5}$	0,00	(0,00; 1,22)
$4,0 \cdot 10^{-5}$	0,00	(0,00; 1,22)
$3,0 \cdot 10^{-5}$	0,00	(0,00; 1,22)
$2,5 \cdot 10^{-5}$	0,67	(0,08; 2,39)
$2,3 \cdot 10^{-5}$	1,67	(0,54; 3,85)
$2,0 \cdot 10^{-5}$	8,00	(5,19; 11,67)
$1,7 \cdot 10^{-5}$	27,00	(22,06; 32,40)
$1,4 \cdot 10^{-5}$	68,33	(62,74; 73,56)
$1,0 \cdot 10^{-5}$	100,00	(98,78; 100,00)

FIGURA 4.11 – Taxa de falso alarme para o caso padrão, com 5 sensores principais. As linhas tracejadas mostram o intervalo de Clopper-Pearson. Nota-se que a abcissa é dada pelo produto $\tau \cdot 10^5$.

4.2.5 Detecção com 5 sensores principais - Falha Degrau

Da mesma forma que foi feita na subseção 4.2.2, foi levantada a capacidade de detecção de falhas do tipo degrau para o conjunto com 5 sensores principais. Foram testadas diferentes magnitudes de falha para diferentes tolerâncias. Testou-se até a menor tolerância cuja taxa de falso alarme foi nula, ou seja, $\tau = 3 * 10^{-5} \text{ } ^{\circ}/s$.

Os dados completos estão disponíveis nas tabelas da seção A.8 do Anexo A. Na figura 4.12, apresenta-se o gráfico com os resultados.

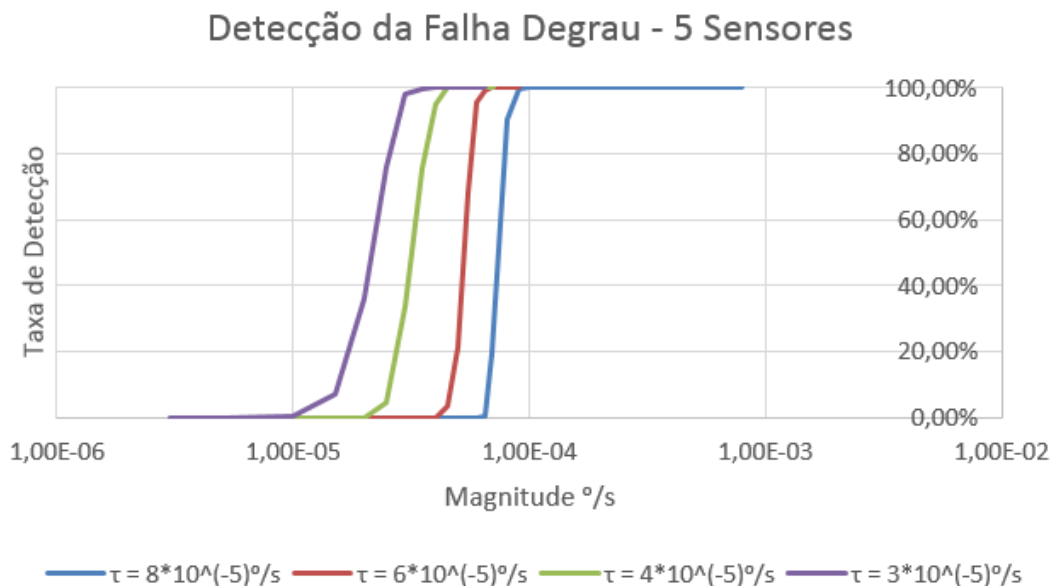


FIGURA 4.12 – Desempenho na detecção de falhas degrau, utilizando 5 sensores principais. No eixo das abcissas, tem-se a magnitude da falha degrau.

4.2.6 Detecção com 5 sensores principais - Falha Rampa

Da mesma forma que foi feita na subseção 4.2.3, foi levantada a capacidade de detecção de falhas do tipo rampa para o conjunto com 5 sensores principais. Foram testadas diferentes inclinações da falha rampa para diferentes tolerâncias. As tolerâncias testadas foram as mesmas da subseção 4.2.5. Um ponto importante a ser lembrado é que, como na falha rampa, a magnitude da mesma cresce indefinidamente, todas as falhas eram detectadas em algum momento. Os dados completos estão disponíveis nas tabelas da seção A.9 do Anexo A. Na figura 4.13, apresenta-se o gráfico com os resultados.

4.2.7 Discussão sobre os resultados do Algoritmo de Detecção de Falhas

Nesta subseção, é feita a discussão para os resultados do algoritmo de detecção, tanto para os casos com 4 sensores principais, como para o caso com 5, apresentados nesta seção 4.2.

4.2.7.1 Falsos Alarmes

Começando a análise pelos resultados da subseção 4.2.1, nota-se que quanto maior a tolerância τ , menor é a taxa de falso alarme. Para valores baixos de τ a taxa de falsos alarmes atinge índices de 100%, sendo reduzida gradualmente para 0% em valores maiores de τ .

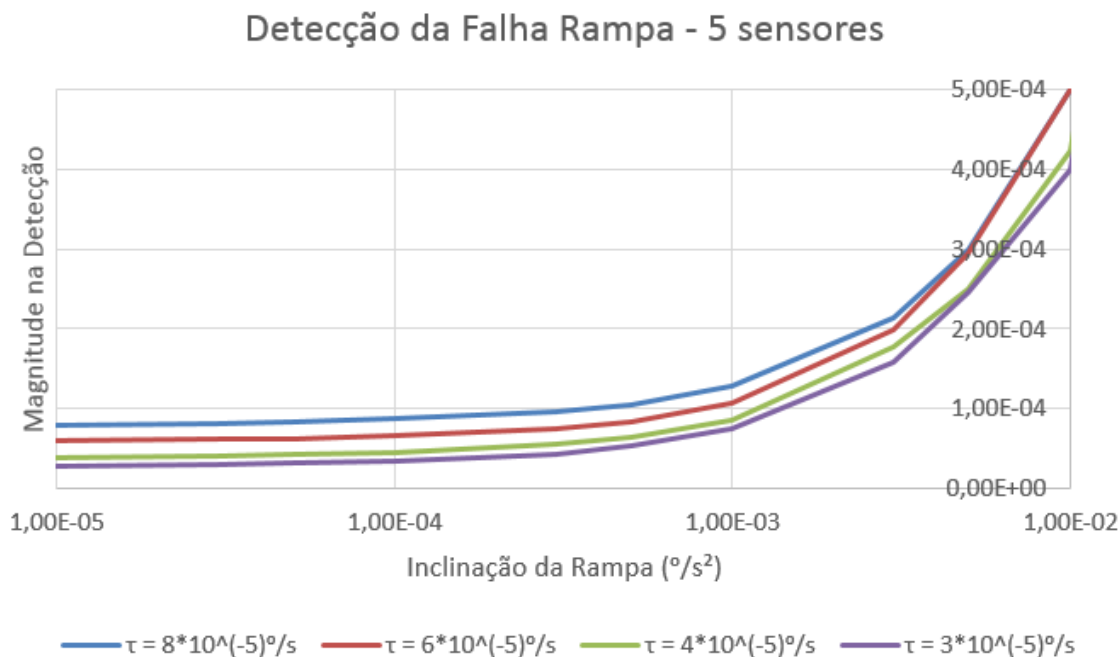


FIGURA 4.13 – Magnitude de Detecção da Falha Rampa.

Esse comportamento é, de certa forma, intuitivo. Uma maior tolerância significa que a discordância entre os conjuntos de sensores precise também ser maior para que ocorra a acusação de falhas. Quando essa tolerância atinge níveis significativamente pequenos, o próprio ruído dos sensores, mesmo sendo atenuados pelo FM e pelo FMMP, são suficientes para levar o sistema a uma acusação de falhas inexistentes.

O mesmo comportamento foi observado na subseção 4.2.4, quando foram utilizados cinco sensores principais. Todavia, nota-se uma diferença considerável nos dois casos. No primeiro caso (com quatro sensores principais), a menor tolerância τ capaz de evitar os falsos alarmes (estatisticamente) foi de $\tau = 4,0 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ/\text{s}$, já para o caso de 5 sensores foi em $\tau = 3,0 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ/\text{s}$. Outro ponto é a tolerância em que a taxa de falso alarme atinge índices de 100%, sendo para o primeiro caso, $\tau = 1,4 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ/\text{s}$, e para o segundo caso, $\tau = 1,0 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ/\text{s}$. De forma mais simples, o gráfico da figura 4.11 é, essencialmente, o gráfico da figura 4.8 deslocado para a esquerda.

Isso pode ser explicado pelo mesmo motivo que explica o comportamento decrescente das curvas. Com um maior número de sensores, há uma maior qualidade nas medidas, conforme visto na subseção 2.3.5 sobre GDOP. Apesar da equação encontrada se aplicar para o GDOP mínimo de um grupo de sensores, o mesmo raciocínio, de que o GDOP é decrescente para um número maior de sensores, pode ser aplicado. Assim, no caso em que há 5 sensores principais, os 5 grupos formados de 4 sensores utilizados no algoritmo de detecção de falhas apontam, com mais precisão e exatidão (na ausência de falhas) as medidas das grandezas do que no caso em que há apenas 4 sensores que são, por sua vez, divididos em grupos de 3 sensores.

Desta forma, isso pode indicar que há uma considerável melhora em termos de detecção para o caso de 5 sensores, podendo a tolerância ser reduzida em aproximadamente 25%, em comparação com o caso de 4 sensores, sem, com isso, aumentar os falsos alarmes. Todavia, na seção seguinte, veremos que essa ideia que surge de imediato não se concretiza.

4.2.7.2 Detecção da Falha Degrau

A detecção da falha degrau se encontra nas subseções 4.2.2 e 4.2.5, para o caso de quatro e cinco sensores principais, respectivamente.

Tomando como base os resultados da subseção 4.2.2, nota-se que, para uma dada tolerância τ , quanto maior a magnitude da falha, maior a probabilidade da mesma ser detectada. Comparando os resultados do gráfico da figura 4.9, nota-se que quanto menor a tolerância, maior a capacidade de detecção da falha. De forma simples, nota-se que quanto menor é a tolerância, mais desloca-se a curva para a direita no gráfico.

Esse comportamento é explicado de forma imediata. Uma maior magnitude de falha causa maiores discordâncias nas medidas dos sensores, levando à acusação de falha. Quanto menor a tolerância, mais sensível é o algoritmo a pequenas falhas. Abaixo de determinados valores, a falha é imperceptível para o algoritmo. Para altos valores, ela é facilmente detectada.

Um ponto a ser notado são os atrasos. Observando-se as tabelas do Anexo A, na seção A.1, nota-se que quanto maior a falha, menor tende a ser o atraso na detecção da mesma. Algumas são detectadas com atraso de 0,02 segundos, que é o mais rápido possível, tendo em vista as janelas dos filtros, conforme discutido na subseção 2.4.4. Nela, viu-se que o atraso é dado por $(l - 1)/2 + m$ amostras, sendo l o tamanho do FM e m metade da janela do FMMP. Como nos experimentos se utilizou $l = 3$ e $m = 2$, conforme a subseção 4.1.2, tem-se que o atraso é de 3 amostras. O cálculo do algoritmo do ambiente computacional considera que o atraso de detecção só começa a ser contado no instante seguinte (subtraindo o tempo de uma amostra do resultado encontrado na equação anterior), por isso o resultado apresentado é de um atraso de 0,02 segundos. Ou seja, nesses casos, a detecção ocorre o mais rápido possível para as características dos filtros utilizados.

Isso é explicado pelo fato de que, como a falha é muito grande, o algoritmo percebe-a sem muitos problemas, independente do ruído dos sensores ou outros fatores estocásticos, pois a mesma se sobressai perante estes efeitos menores. Quando a falha é pequena, a mesma fica “escondida” nesses efeitos, não sendo percebida pelo sistema.

Outro ponto a ser notado é o desvio padrão do atraso, também na seção A.1. Falhas grandes, que são facilmente detectadas, apresentam um baixo desvio padrão em sua

detecção. Justamente por serem de fácil detecção, são sempre detectadas em instantes próximos. Quanto menor é a magnitude da falha, mais difícil é detectá-la, resultando em instantes mais “diversificados” de sua detecção.

No caso de 5 sensores principais, o comportamento observado foi semelhante, tanto em termos da curva do gráfico 4.12, que apresenta o formato crescente e deslocamento para a esquerda, conforme a tolerância τ é reduzida, como em termos dos atrasos e desvios padrões dos atrasos, presentes nas tabelas da seção A.8.

Ao fazer a comparação entre os dois casos, nota-se que, embora o caso de 5 sensores consiga utilizar tolerâncias menores, conforme explicado no tópico anterior, ele não garante uma melhor capacidade de detecção. O que se observa é que, para uma dada tolerância, a capacidade de detecção é maior para o caso de 4 sensores. Além disso, mesmo para a tolerância de $\tau = 3,0 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ/s$, utilizada no caso de 5 sensores, não se observa ganhos significativos quando comparado com os resultados para $\tau = 4,0 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ/s$, no caso de 4 sensores.

Ou seja, comparando os dois casos nota-se que, na verdade, não há ganho na capacidade de detecção.

Isso pode ser explicado pelo fato de que, como no caso com 5 sensores, no qual os sensores são divididos em grupos de 4 sensores, há mais sensores, a falha de um sensor acaba sendo mais “diluída” pelos demais, fato que é significativamente mitigado no caso de 4 sensores principais, no qual os mesmos são divididos em grupos de 3. Em outras palavras, no caso com menos sensores, uma dada magnitude de falha se manifesta nos cálculos de forma mais significativa do que no caso com mais sensores, no qual a falha fica mais “escondida” entre uma maior quantidade de dados corretos.

Desta forma, nota-se que não há aumento na capacidade de detecção com a adição de um sensor a mais.

4.2.7.3 Detecção da Falha Rampa

Por fim, analisa-se os resultados da detecção da falha do tipo rampa. Tomando como base os resultados para o caso com 4 sensores, constante da subseção 4.2.3, que estão apresentados na seção A.2 do Anexo A e na figura 4.10, nota-se que quanto maior a inclinação da rampa, maiores valores a falha tende a atingir. Além disso, a partir de valores suficientemente pequenos, a diferença da magnitude média de detecção passa a ser muito pequena. Isso é observado de forma direta no gráfico da figura 4.10. Também vale observar, novamente, que quanto menor a tolerância, maior é a capacidade de detecção, ou seja, consegue-se detectar falhas menores e mais rápido. Ou seja, uma menor tolerância desloca a curva para baixo.

O comportamento para o caso de cinco sensores é análogo, vide a figura 4.13 e a seção A.9 do Anexo A.

Esse comportamento é explicado por dois fatos. O primeiro é que quando a falha tem uma inclinação muito grande, ela vai agir de forma semelhante a uma falha degrau. Por exemplo, tomando como base o maior valor testado, que foi a inclinação de $0,1 \text{ }^\circ/s^2$; tendo em vista que a frequência é de 100 Hz, no primeiro instante da falha, ela já se manifesta com magnitude de $1,0 \cdot 10^{-3} \text{ }^\circ/s$, o que, como pode se notar dos resultados da falha degrau, é rapidamente detectado. Isso explica o porque nas tabelas das seções A.2 e A.3 os valores maiores de magnitude de falha possuem desvio padrão no atraso de detecção muito próximo de zero. Assim, são rapidamente detectadas pelo fato de atingirem uma grande magnitude muito rápido.

O segundo ponto explica o porque das magnitudes de detecção atingirem um determinado nível mínimo, não reduzindo significativamente conforme se reduz muito mais a inclinação. Isso é explicado pelo fato de que, quando a falha é muito pequena, ela naturalmente não é percebida. Assim, quando ela atinge uma dada magnitude em que se torna capaz de ser detectada, a mesma acaba sendo detectada. Nota-se que, para o caso de 4 sensores, essa magnitude varia de $8,7 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ/s$ a $2,9 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ/s$, a depender de τ , enquanto no caso de 5 sensores, os resultados variam de $8,7 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ/s$ a $2,8 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ/s$. Ou sejam a capacidade de detecção não é afetada.

Assim, o estudo da detecção da falha rampa ratifica a conclusão feita com a falha degrau de que não há ganho na capacidade de detecção ao se adicionar um quinto sensor principal.

4.3 Resultados do Algoritmo de Isolação para Sensor Auxiliar

4.3.1 Isolações Erradas - Sensor Auxiliar

O primeiro fato que se deve avaliar do algoritmo de isolação é se ele, de fato, não faz a isolação de sensores sãos. Isso é importante, pois uma isolação errada levaria a exclusão de um sensor sadio, mantendo um sensor defeituoso, conforme discutido na seção 3.3.

Para verificar tal capacidade, testa-se o caso mais difícil para o algoritmo, que é o caso da menor falha detectável (em 100% dos casos, de acordo com as simulações). Desta forma, durante o prosseguimento dessa seção, escolheu-se a tolerância de detecção como $\tau = 4 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ/s$. Essa escolha se justifica pelo fato de que foi a menor tolerância que não acusou falsos alarmes em nenhuma das simulações anteriores. Desta forma, evita-se o

caso de falsos alarmes no sistema. A falha utilizada para testar as isolações erradas foi a falha degrau de magnitude de $4 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ/\text{s}$, pois é a menor falha que foi sempre detectada para a tolerância estabelecida.

Assim, iniciou-se uma sequência de testes, mantendo o parâmetro $\kappa = 10$. Tal escolha visou simplificar a análise do algoritmo, que possui três parâmetros: κ , ϕ e ϵ . Observou-se que este valor conseguia evitar acusações falsas excessivas e que o aumentar mais que isso não trazia muitos benefícios, além de inserir grande atraso.

Assim, antes de analisar os resultados, é importante ter em mente que um maior ϕ dificulta a isolação, seja de um sensor realmente defeituoso, seja uma isolação acidental. Em outras palavras, um maior ϕ faz com que a isolação exija uma maior falha. Além disso, um menor ϵ traz uma maior dificuldade para isolar, pois exige que os sensores corretos estejam “mais concordantes” ainda. Ou seja, um ϵ muito pequeno pode levar o sistema a crer que dois conjuntos de sensores corretos estão discordantes.

Por fim, vale notar que não faz sentido que $\epsilon > \phi$. Pois, se isso for verdade, existirá valores entre ϵ e ϕ , de tal forma que seriam menores que ϵ e, por isso, indicariam medidas concordantes; mas ao mesmo tempo maiores que ϕ , o que significaria que esses valores indicam medidas discordantes. Ou seja, haveria medidas sendo, ao mesmo tempo, consideradas concordantes e discordantes.

Os resultados são apresentados nas tabelas 4.3 e 4.4. Como são tabelas menores do que as demais, foram colocadas diretamente no corpo do texto.

Vale ressaltar que a discussão dos resultados do algoritmo de isolação é feita na seção 4.6, na qual se faz a discussão conjunta para os três casos do algoritmo de isolação, isto é, o caso com o quinto sensor auxiliar, o caso com o *cluster* de sensores de qualidade menor e o caso com os cinco sensores principais. Assim, toda a discussão se encontra na seção 4.6, enquanto, nesta seção, encontram-se apenas os resultados.

4.3.2 Isolação com Sensor Auxiliar - Falha Degrau

Com os resultados sobre isolações erradas, que são discutidos de forma mais detalhada na seção de discussões, mostram um aumento das falsas isolações conforme se diminui o parâmetro ϕ . Tendo em vista esses resultados, selecionou-se o parâmetro $\phi = 0,0125 \text{ }^\circ/\text{s}$.

Com essa sintonização, procedeu-se para analisar a capacidade de isolação na presença de falhas degrau, variando a magnitude das falhas e o parâmetro ϵ . Desta forma, fixava-se um valor de ϵ e se aplicava diferentes magnitudes de falha sobre o sistema. O processo se repetiu para 5 valores distintos de ϵ . Os resultados completos estão apresentados em tabelas na seção A.3. Nas figuras 4.14 e 4.15 são apresentados gráficos com os resultados de isolações corretas e erradas, respectivamente. Em ambas as imagens, focou-se na região

TABELA 4.3 – Resultados de Isolações Erradas, com Intervalos de Clopper-Pearson.

Isolações Erradas ($\kappa=10$)					
Tolerância ϵ (°/s)	Discordância Φ (°/s)	Taxa Isolações Erradas	ICP Mínimo	ICP Máximo	
0,0125	0,0125	0,00%	0,00%	1,22%	
0,0100	0,0125	0,00%	0,00%	1,22%	
0,0075	0,0125	0,00%	0,00%	1,22%	
0,0050	0,0125	0,00%	0,00%	1,22%	
0,0025	0,0125	0,00%	0,00%	1,22%	
0,0100	0,0100	0,00%	0,00%	1,22%	
0,0075	0,0100	0,33%	0,01%	1,84%	
0,0050	0,0100	0,33%	0,01%	1,84%	
0,0025	0,0100	0,00%	0,00%	1,22%	
0,0075	0,0075	0,00%	0,00%	1,22%	
0,0050	0,0075	4,67%	2,57%	7,71%	
0,0025	0,0075	2,33%	0,94%	4,75%	
0,0050	0,0050	6,00%	3,59%	9,32%	
0,0025	0,0050	40,67%	35,06%	46,46%	
0,0025	0,0025	69,67%	64,12%	74,82%	

TABELA 4.4 – Resultados de Isolações Erradas em forma matricial.

Tol(°/s)\Disc(°/s)	0,0125	0,0100	0,0075	0,0050	0,0025
0,0125	0,00%	NA	NA	NA	NA
0,0100	0,00%	0,00%	NA	NA	NA
0,0075	0,00%	0,33%	0,00%	NA	NA
0,0050	0,00%	0,33%	4,67%	6,00%	NA
0,0025	0,00%	0,00%	2,33%	8,67%	69,67%

de maior interesse dos gráficos.

4.3.3 Isolação com Sensor Auxiliar - Falha Rampa

Da mesma forma que na subseção anterior, procede-se para uma análise do desempenho do sistema com relação à falha rampa. Ou seja, para um dado ϵ , aplica-se diferentes magnitudes da falha degrau. Foram testados 6 valores distintos de ϵ . Os demais parâmetros permaneceram constantes da mesma forma que na subseção 4.3.2.

Os resultados completos estão presentes nas tabelas na seção do Anexo A.4. As figuras 4.16 e 4.17 apresentam os resultados de isolações corretas. Como a falha era do tipo rampa, a mesma crescia indefinidamente de forma que sempre era isolada. Assim, a taxa de isolações erradas é dada pelo complementar da taxa de isolações corretas observada, isto é, a diferença entre 100% e a taxa observada. Essa informação é facilmente notada no Anexo, em A.4. A figura 4.17 é a parte superior da figura 4.16 ampliada, a fim de

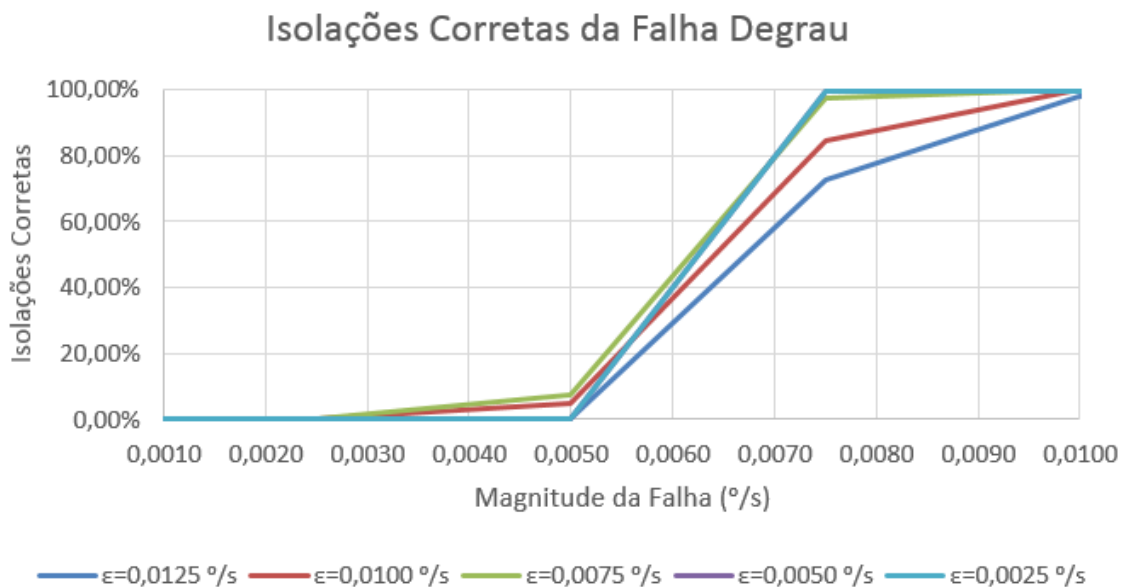


FIGURA 4.14 – Taxa de Isolações Corretas para a falha degrau, com sensor auxiliar.

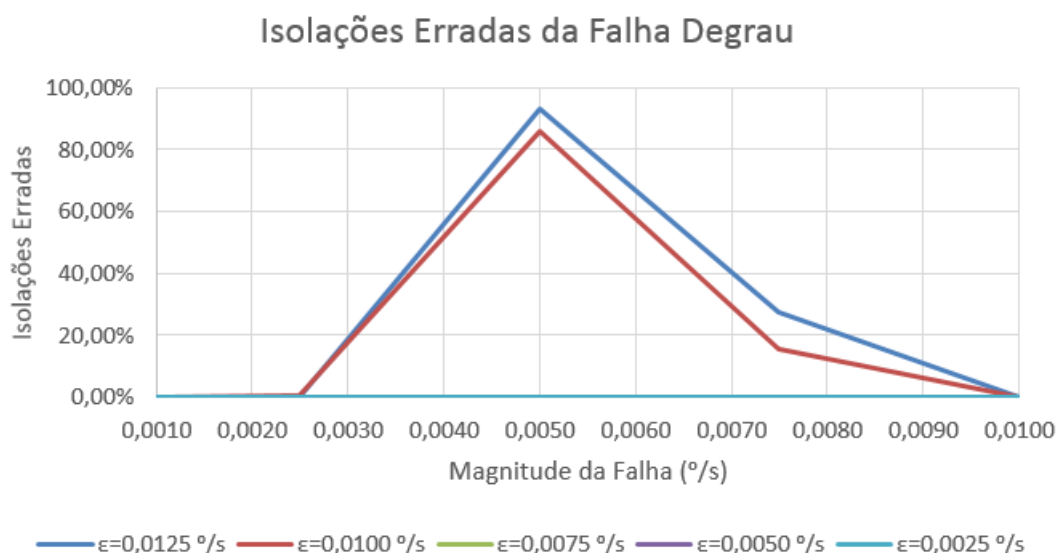


FIGURA 4.15 – Taxa de Isolações Erradas para a falha degrau, com sensor auxiliar.

mostrar que apenas o caso de $\epsilon = 0,0020 \text{ } ^\circ/\text{s}$ obteve 100% de acertos em todos os casos.

4.4 Resultados do Algoritmo de Isolação para *Cluster* de Sensores

4.4.1 Isolações Erradas - *Cluster*

Conforme explicado na subseção 4.3.1, a primeira análise a ser feita no método de isolação é verificar se o mesmo realiza isolações erradas. Da mesma forma que foi feito

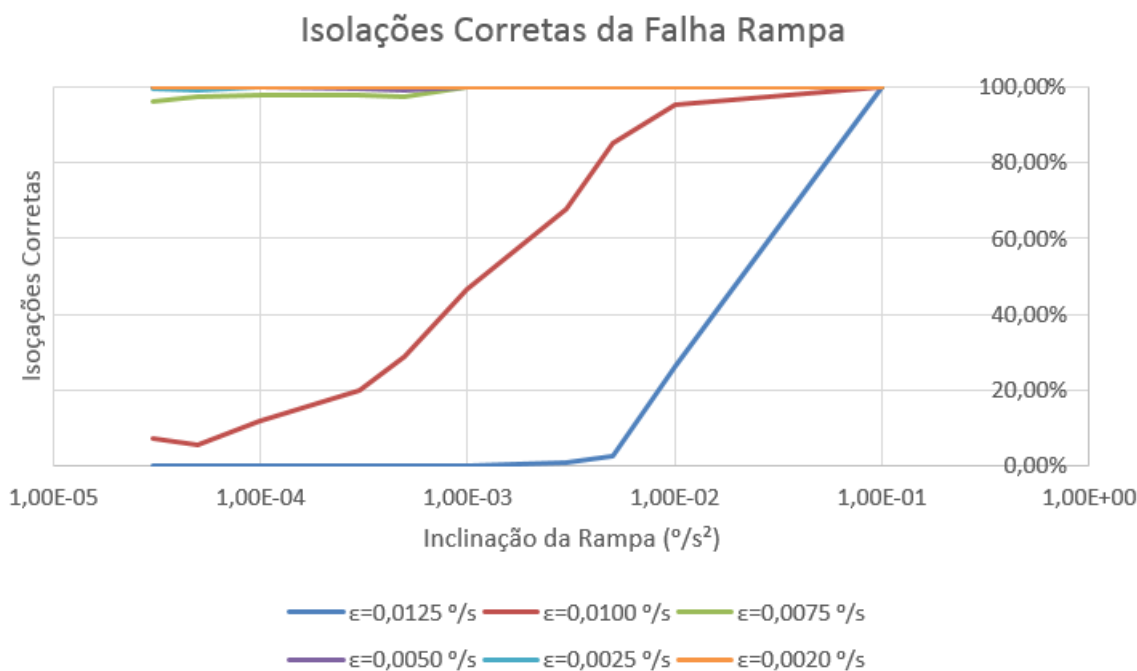


FIGURA 4.16 – Taxa de Isolação da Falha Rampa.

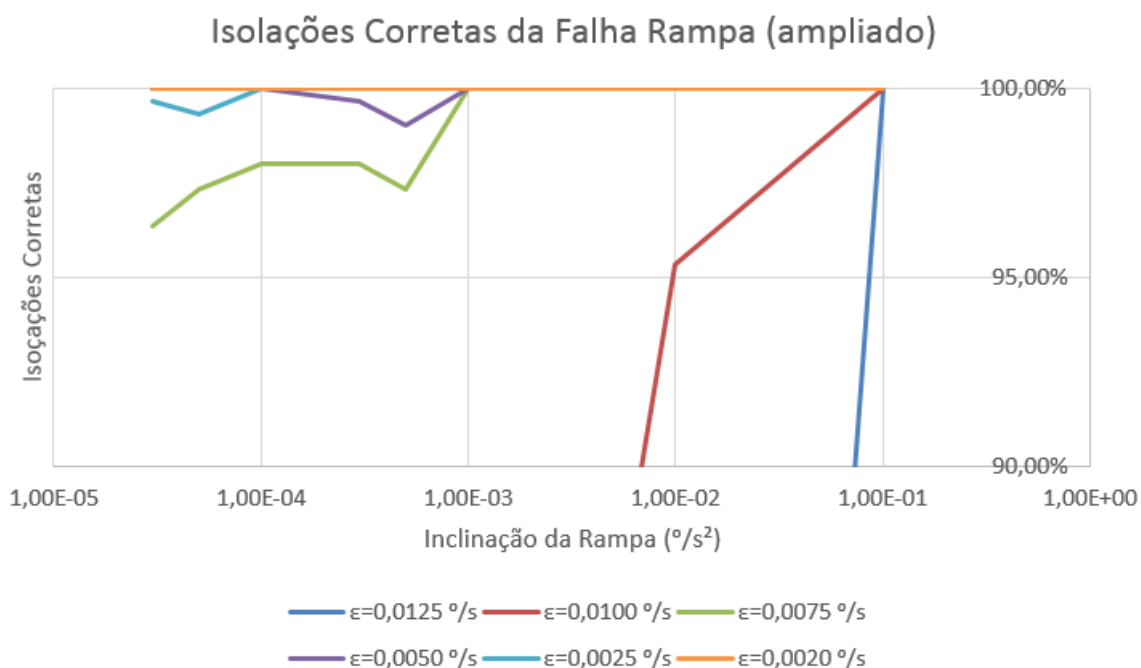


FIGURA 4.17 – Taxa de Isolação da Falha Rampa, ampliada na região superior do gráfico da figura 4.16.

para aquela subseção, aplica-se a menor falha detectável de menor intensidade, ou seja, de magnitude de $4 \cdot 10^{-5} \text{ }^{\circ}/s$. Vale notar que a tolerância de detecção foi mantida a mesma, isto é, $\tau = 4 \cdot 10^{-5} \text{ }^{\circ}/s$, pelos mesmos motivos do caso anterior. Isso se justifica, pois o algoritmo de detecção em nada é afetado pelo algoritmo de isolação utilizado.

Para levantar esses resultados, configurou-se o parâmetro $\kappa = 10$ da mesma forma que

no caso anterior. Além disso, vale lembrar que método de isolamento com *cluster* de sensores possui alguns parâmetros a mais: o número de sensores, que foi colocado em $n = 12$, levando em consideração a comparação dos custos dos sensores *EMCORE-Hawkeye Series EG-120 FOG Digital* (sensor base para o método com “quinto sensor auxiliar”) e *CRS07-02S* (sensor base do método com *cluster*), pois o custo de 12 unidades deste equivale, aproximadamente, ao custo de uma unidade daquele; o parâmetro k , do método dos k vizinhos mais próximos, cujo valor foi colocado em $k = 6$, que é metade do número de sensores; e o parâmetro ρ , também do método dos k vizinhos mais próximos, que foi colocado em $\rho = 0,1 \text{ }^\circ/\text{s}$, que equivale ao dobro do desvio padrão do ruído branco dos sensores do *cluster*. Estes parâmetros foram mantidos fixos ao longo do trabalho.

Os resultados deste resultado podem ser visualizados na figura 4.18. Além disso, os resultados completos estão nas tabelas na seção A.5 do Anexo A, que foram lá colocadas para evitar sobrecarga no corpo do texto.

Da mesma forma que na seção 4.3, nesta seção, encontram-se apenas os resultados. As discussões sobre os resultados da isolamento estão compiladas na seção 4.6.

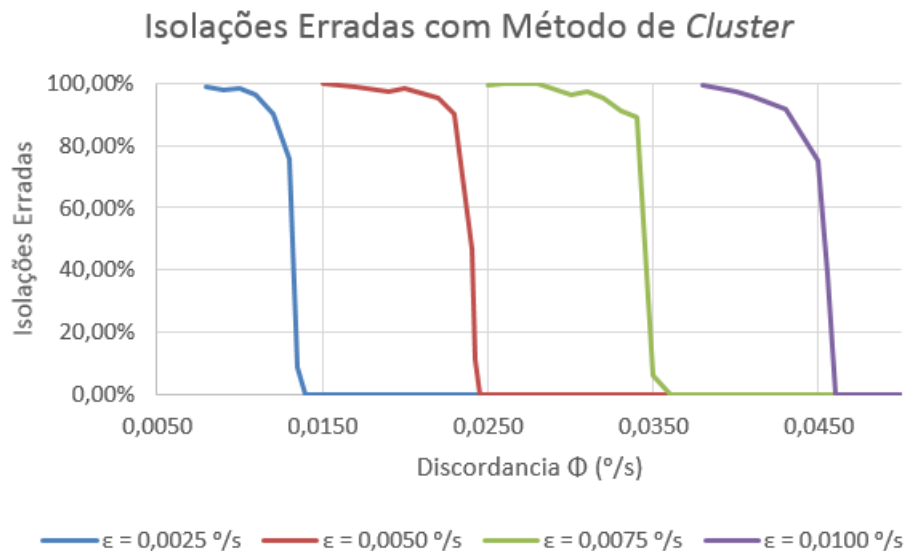


FIGURA 4.18 – Isolações erradas com Método de *cluster* de sensores.

Por ora, antes de proceder para os outros resultados, faz-se uma pequena discussão aqui. Dos resultados apresentados nesta subseção, em especial no gráfico da figura 4.18, tem-se que o valor de $\epsilon = 0,0025 \text{ }^\circ/\text{s}$ foi o que apresentou, para um dado ϕ , a menor taxa de isolações erradas. Isso pode ser notado pelo fato de que, no gráfico, a curva tende a se deslocar para a esquerda, conforme o ϵ é reduzido. Assim, para um dado valor de ϕ , uma menor taxa de isolações erradas será obtida para um ϵ menor. Desta forma, procedeu-se para o levantamento do desempenho do sistema, em isolações de falhas do tipo degrau, com o parâmetro ϵ sintonizado no valor de $0,0025 \text{ }^\circ/\text{s}$. Ou seja, para as próximas subseções, adotou-se este valor para ϵ .

4.4.2 Isolação com *Cluster* de Sensores - Falha Degrau

Para a análise do algoritmo em falhas degrau, o procedimento consistiu em, fixar os parâmetros ϵ e ϕ , enquanto se variou a magnitude da falha aplicada. Os demais parâmetros foram mantidos constantes em comparação com a subseção anterior.

Os resultados completos estão apresentados em forma de tabelas na seção A.6 do Anexo A. As tabelas foram colocadas no anexo devido à sua extensão. Nas figuras 4.19 e 4.20 os resultados são apresentados em forma de gráfico.

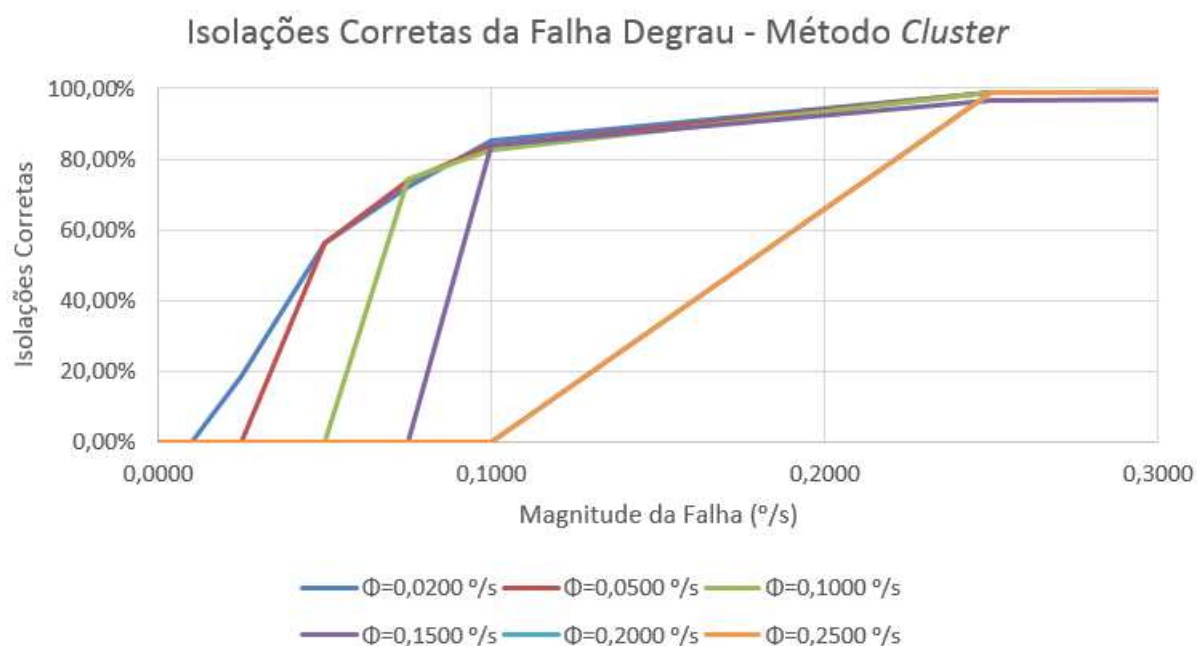


FIGURA 4.19 – Taxa de Isolações Corretas para a falha degrau, com *cluster* de sensores.

4.4.3 Isolação com *Cluster* de Sensores - Falha Rampa

Para o levantamento dos resultados para as falhas do tipo rampa, o procedimento utilizado foi análogo ao que foi feito na subseção 4.3.3, porém, na subseção 4.3.3, o parâmetro a ser variado foi o ϵ , já no caso, da presente subseção, o parâmetro a ser variado foi o ϕ .

Fixou-se o valor de ϵ e todos os demais parâmetros, com exceção de ϕ , nos mesmos valores da subseção 4.4.2. Para cada valor de ϕ , foram aplicadas diferentes magnitudes da falha degrau. Foram testados 6 valores de ϕ . Os resultados completos estão presentes nas tabelas da seção A.7 do Anexo A. Na figura 4.21 são mostradas as performances para a falha rampa. Como a falha rampa cresce indefinidamente, todas as falhas acabam sendo isoladas, logo, a taxa de isolações erradas é dada pela diferença entre 100% e a taxa de isolações certas em determinado ponto. Por isso, não se apresentou um gráfico com isolações erradas, uma vez que seu conhecimento é imediato da figura 4.21.

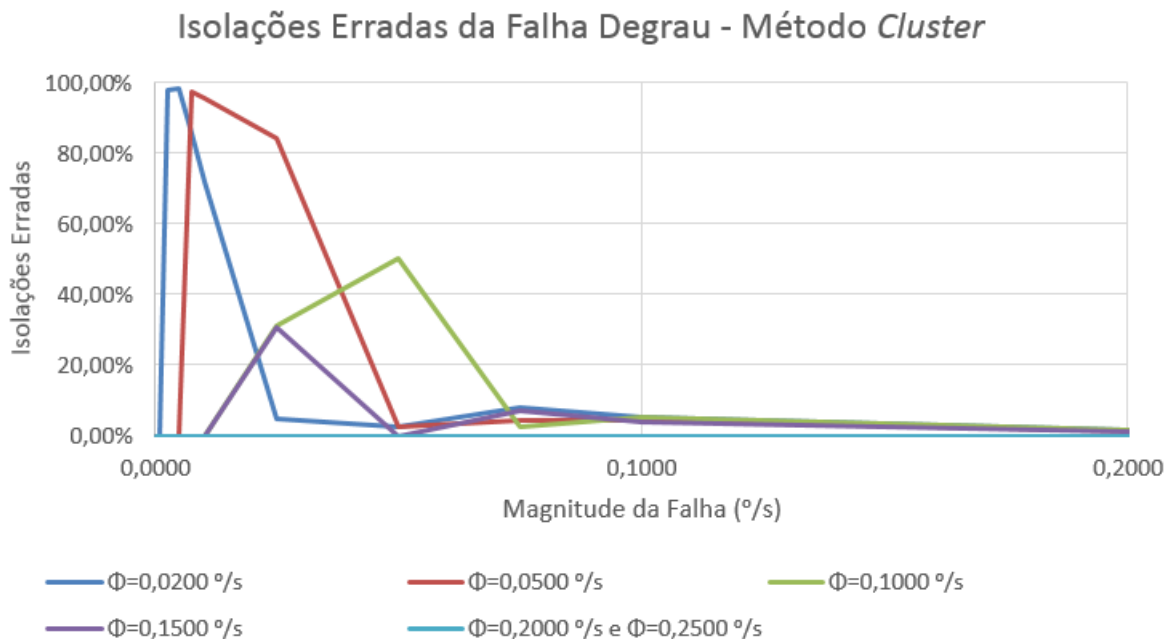


FIGURA 4.20 – Taxa de Isolações Erradas para a falha degrau, com *cluster* de sensores. A curva azul claro abrange tanto os valores para $\phi = 0,200$ °/s e para $\phi = 0,2500$ °/s, pois ambos tiveram resultados idênticos.

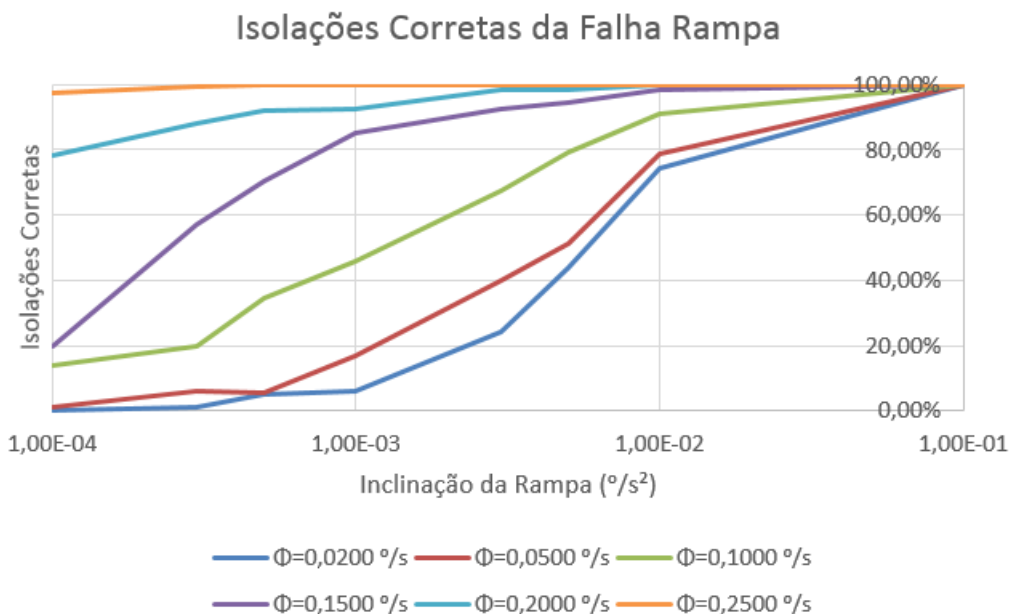


FIGURA 4.21 – Taxa de Isolações Corretas para a falha rampa, com *cluster* de sensores.

4.5 Resultados com 5 sensores principais

4.5.1 Isolação com 5 sensores principais - Isolações Erradas

Após testar o algoritmo de detecção no sistema com 5 sensores, testou-se o algoritmo de isolação. Da mesma forma que foi procedido na seção 4.3.1, procedeu-se com a análise

para diferentes valores dos parâmetros ϵ e ϕ . Vale lembrar que não fazem sentido físico os casos de $\epsilon > \phi$, pelo mesmo motivo apresentado naquela oportunidade.

Os resultados são apresentados em forma matricial na tabela 4.5. As unidades da tolerância ϵ e da discordância ϕ estão em graus por segundo. Os intervalos de confiança de Clopper-Pearson para os casos em que houve 0,00% foram de (0,00%; 1,22%). Já para o único caso diferente, que teve resultado de 97,67%, o intervalo foi de (95,25%; 99,06%).

TABELA 4.5 – Resultados de Isolações Erradas em forma matricial, para o caso de 5 sensores principais.

Tol\Disc	0,0125	0,0100	0,0075	0,0050	0,0025	0,0015	0,0005	0,0001
0,0125	0,00%	NA	NA	NA	NA	NA	NA	NA
0,0100	0,00%	0,00%	NA	NA	NA	NA	NA	NA
0,0075	0,00%	0,00%	0,00%	NA	NA	NA	NA	NA
0,0050	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	NA	NA	NA	NA
0,0025	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	NA	NA	NA
0,0015	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	NA	NA
0,0005	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	NA
0,0001	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	0,00%	97,67%

4.5.2 Isolação com 5 sensores principais - Falha Degrau

Procedendo da mesma forma que na seção 4.3.2, com os resultados de isolações erradas levantados, nota-se que o menor valor de ϕ que não apresentou isolações erradas foi $\phi = 0,0005$ °/s. Este valor foi selecionado para a análise da capacidade de isolação da falha degrau. Vale lembrar que os resultados serão discutidos com mais detalhes na seção 4.6.

Com essa sintonização do parâmetro, procedeu-se para analisar a capacidade de isolação na presença de falhas degrau, variando a magnitude das falhas e o parâmetro ϵ . Desta forma, fixava-se um valor de ϵ e se aplicava diferentes magnitudes de falha sobre o sistema. O processo se repetiu para os valores distintos de $\epsilon = 0,0005$ °/s e $\epsilon = 0,0001$ °/s. Os resultados completos estão apresentados nas tabelas 4.6 e 4.7, que foram colocadas no corpo do texto devido ao tamanho reduzido. Na figura 4.22 é apresentado o resultado em forma de gráfico, no qual as linhas azuis estão relacionadas aos resultados para $\epsilon = 0,0005$ °/s, enquanto as linhas vermelhas para $\epsilon = 0,0001$ °/s.

4.5.3 Isolação com 5 sensores principais - Falha Rampa

Da mesma forma que na subseção 4.3.3, procede-se para uma análise do desempenho do sistema com relação à falha rampa. Ou seja, para um dado ϵ , aplica-se diferentes

TABELA 4.6 – Resultados de Isolações de falha degrau, para o caso de 5 sensores principais, com $\epsilon = 0,0005$ °/s.

Isolações ($\kappa=10$; $\epsilon=0,0005$ (°/s); $\Phi=0,0005$ (°/s))						
Mag. da Falha (°/s)	Isolações Certas	ICP Mínimo	ICP Máximo	Isolações Erradas	Atraso Médio (s)	Desvio Atraso (s)
0,0100	100,00%	98,78%	100,00%	0,00%	1,20E-01	2,67E-14
0,0075	100,00%	98,78%	100,00%	0,00%	1,20E-01	2,67E-14
0,0050	100,00%	98,78%	100,00%	0,00%	1,20E-01	2,67E-14
0,0025	100,00%	98,78%	100,00%	0,00%	1,30E-01	3,47E-14
0,0010	100,00%	98,78%	100,00%	0,00%	1,30E-01	3,47E-14
0,0005	100,00%	98,78%	100,00%	0,00%	1,40E-01	5,34E-15
0,0003	75,00%	69,70%	79,80%	0,00%	2,81E+00	7,81E+00
0,0002	0,00%	0,00%	1,22%	100,00%	NA	NA
0,0001	0,00%	0,00%	1,22%	0,00%	NA	NA

TABELA 4.7 – Resultados de Isolações de falha degrau, para o caso de 5 sensores principais, com $\epsilon = 0,0001$ °/s.

Isolações ($\kappa=10$; $\epsilon=0,0001$ (°/s); $\Phi=0,0005$ (°/s))						
Mag. da Falha (°/s)	Isolações Certas	ICP Mínimo	ICP Máximo	Isolações Erradas	Atraso Médio (s)	Desvio Atraso (s)
0,00500	100,00%	98,78%	100,00%	0,00%	1,20E-01	2,67E-14
0,00250	100,00%	98,78%	100,00%	0,00%	1,20E-01	2,67E-14
0,00100	100,00%	98,78%	100,00%	0,00%	1,30E-01	3,47E-14
0,00050	100,00%	98,78%	100,00%	0,00%	1,40E-01	5,34E-15
0,00030	100,00%	98,78%	100,00%	0,00%	1,51E-01	2,44E-03
0,00028	100,00%	98,78%	100,00%	0,00%	1,59E-01	2,25E-03
0,00025	39,00%	33,45%	44,77%	0,00%	1,07E+01	1,33E+01
0,00023	0,00%	0,00%	1,22%	0,00%	NA	NA
0,00020	0,00%	0,00%	1,22%	0,00%	NA	NA
0,00010	0,00%	0,00%	1,22%	0,00%	NA	NA

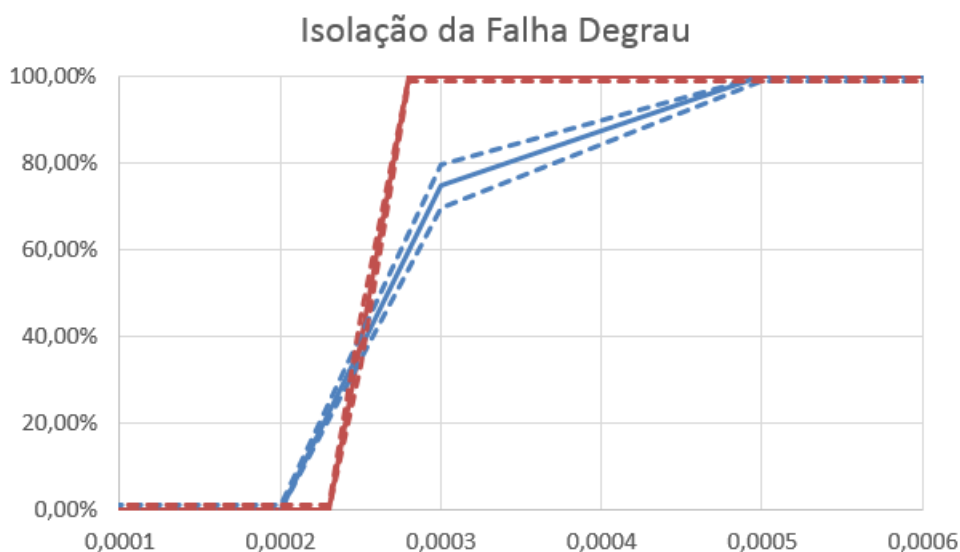


FIGURA 4.22 – Taxa de Isolações Erradas para a falha degrau. As linhas tracejadas representando os intervalos de Clopper-Pearson.

magnitudes da falha degrau. Foram testados os mesmos dois valores distintos de ϵ testados na subseção anterior. Os demais parâmetros permaneceram constantes.

Os resultados completos estão presentes nas tabelas A.24 e A.25, que foram colocadas no corpo do texto devido ao seu tamanho reduzido. Além disso, não foram levantados gráficos com estes dados, pois pouca informação seria facilitada com os gráficos, uma vez que os dados da tabela apresentam um comportamento muito uniforme.

TABELA 4.8 – Resultados de Isolações de falha rampa, para o caso de 5 sensores principais, com $\epsilon = 0,0005$ °/s.

Isolações ($\kappa=10$; $\epsilon=0,0005$ (°/s); $\Phi=0,0005$ (°/s))								
Inclinação (°/s ²)	Mag. Isolação (°/s)	Iso. Certas	ICP Mínimo	ICP Máximo	Iso. Erradas	Atraso Médio (s)	Desvio Atraso (s)	
1,00E-01	1,30E-02	100,00%	98,78%	100,00%	0,00%	1,30E-01	3,47E-14	
1,00E-02	1,75E-03	100,00%	98,78%	100,00%	0,00%	1,75E-01	5,01E-03	
5,00E-03	1,02E-03	100,00%	98,78%	100,00%	0,00%	2,05E-01	4,99E-03	
3,00E-03	7,35E-04	100,00%	98,78%	100,00%	0,00%	2,45E-01	5,01E-03	
1,00E-03	4,47E-04	100,00%	98,78%	100,00%	0,00%	4,47E-01	8,53E-03	
5,00E-04	NA	0,00%	0,00%	1,22%	100,00%	NA	NA	
3,00E-04	NA	0,00%	0,00%	1,22%	100,00%	NA	NA	
1,00E-04	NA	0,00%	0,00%	1,22%	100,00%	NA	NA	
5,00E-05	NA	0,00%	0,00%	1,22%	100,00%	NA	NA	

TABELA 4.9 – Resultados de Isolações de falha rampa, para o caso de 5 sensores principais, com $\epsilon = 0,0001$ °/s.

Isolações ($\kappa=10$; $\epsilon=0,0001$ (°/s); $\Phi=0,0005$ (°/s))								
Inclinação (°/s ²)	Mag. Isolação (°/s)	Iso. Certas	ICP Mínimo	ICP Máximo	Iso. Erradas	Atraso Médio (s)	Desvio Atraso (s)	
1,00E-01	1,30E-02	100,00%	98,78%	100,00%	0,00%	1,30E-01	3,47E-14	
1,00E-02	1,60E-03	100,00%	98,78%	100,00%	0,00%	1,60E-01	1,96E-14	
5,00E-03	9,48E-04	100,00%	98,78%	100,00%	0,00%	1,90E-01	2,11E-03	
3,00E-03	6,60E-04	100,00%	98,78%	100,00%	0,00%	2,20E-01	9,97E-04	
1,00E-03	3,93E-04	100,00%	98,78%	100,00%	0,00%	3,93E-01	6,01E-03	
5,00E-04	3,26E-04	100,00%	98,78%	100,00%	0,00%	6,52E-01	1,08E-02	
3,00E-04	2,99E-04	100,00%	98,78%	100,00%	0,00%	9,96E-01	1,73E-02	
1,00E-04	2,72E-04	100,00%	98,78%	100,00%	0,00%	2,72E+00	4,78E-02	
5,00E-05	2,65E-04	100,00%	98,78%	100,00%	0,00%	5,31E+00	1,03E-01	
3,00E-05	2,62E-04	100,00%	98,78%	100,00%	0,00%	8,72E+00	1,62E-01	
1,00E-05	2,59E-04	100,00%	98,78%	100,00%	0,00%	2,59E+01	4,86E-01	
5,00E-06	2,58E-04	100,00%	98,78%	100,00%	0,00%	5,15E+01	9,80E-01	
3,00E-06	2,56E-04	100,00%	98,78%	100,00%	0,00%	8,53E+01	1,62E+00	
1,00E-06	2,55E-04	100,00%	98,78%	100,00%	0,00%	2,55E+02	4,78E+00	

4.6 Discussão do Algoritmo de Isolação de Falhas

Nesta seção, é feita a discussão dos resultados do algoritmo de isolação, apresentados nas três seções anteriores.

4.6.1 Taxa de Isolações Erradas

A análise da capacidade de isolação é a principal análise deste estudo, uma vez que tal capacidade dita, de fato, a possibilidade do sistema de se recuperar o sistema da falha. O primeiro ponto desta análise é sobre as isolações erradas.

Iniciando com análise dos resultados para o caso com um sensor auxiliar, ou seja, com o caso da subseção 4.3.1.

Nesses resultados, mais especificamente pela tabela 4.4, nota-se que as isolações erradas estão mais relacionadas com a discordância ϕ do que com a tolerância ϵ . Tal fato pode ser explicado pois, para o sistema, um dos critérios para isolar uma falha é que determinados grupos de sensores devem apresentar medidas discordantes dos demais grupos. Nesse ponto, pode ser útil relembrar as duas principais equações da seção 3.3:

$$\|\hat{\omega}_{ki} - \hat{\omega}_{kj}\| < \epsilon \quad (4.2)$$

$$\max\{\|\hat{\omega}_{ij} - \hat{\omega}_{mn}\|\} > \phi \quad (4.3)$$

Um ponto relevante a ser notado é que, na equação 4.2, exige-se que todos os grupos com sensores corretos estejam concordantes. Por outro lado, para satisfazer a equação 4.3, basta que apenas uma das diferenças entre grupo de sensores exceda a discordância ϕ . Ou seja, se um único par de grupos satisfizer essa condição, o algoritmo entenderá que ela foi cumprida.

Desta forma, nota-se que essa é uma condição mais “fácil” de ser atingida. A outra condição, apesar de ser mais “difícil” de ser atingida, devido ao maior número de diferenças que precisam satisfazê-la, representa o que seria uma situação de funcionamento pleno.

Feitas essas considerações, nota-se que a equação 4.2 será, via de regra, satisfeita se os sensores estiverem em condições saudáveis. Todavia, uma pequena falha em um dos sensores, que será detectada pelo algoritmo de detecção (lembrando que o algoritmo de isolação só é acionado após a detecção da falha), pode ser tal que, combinada com os vieses dos sensores, leve à satisfação da equação 4.3, resultando em uma isolação, que pode ser falsa, caso o valor de ϕ seja muito pequeno.

Por isso, em termos práticos, a tolerância ϵ funcionaria como um confirmador, mas a principal sensibilidade é dada por ϕ .

Feitos esses comentários, nota-se que, para um ϕ igual a $1,25 \cdot 10^{-2} \text{ }^\circ/s$, não foram observados casos de isolações erradas, o que mostra que é possível sintonizar o sistema com parâmetros que satisfaçam esse critério. Para valores de ϕ menores ou iguais a

$7,50 \cdot 10^{-3} \text{ }^\circ/\text{s}$ já surgem consideráveis casos de isolações erradas.

Já os resultados para o método com *cluster* de sensores, apresentados na seção 4.4.1 e nas tabelas na seção A.5 do Anexo A, nota-se imediatamente que as taxas de isolações erradas foram maiores que no caso com o sensor auxiliar.

Desses resultado, nota-se alguns pontos relevantes. Um maior ϵ tende a aumentar a taxa de isolações erradas. Isso pode ser explicado pelo fato de que, um maior ϵ leva a uma maior facilidade de sensores serem considerados “corretos”, o que facilita que o sensor defeituoso seja assim classificado.

Outro ponto é que novamente se repete o que foi observado quanto ao ϕ . Um menor ϕ significa uma maior sensibilidade do algoritmo, o que leva a mais isolações erradas.

Chama atenção que o desempenho deste método foi pior que o método com o quinto sensor auxiliar. Este fato pode ser explicado pelo fato de que, de maneira direta, a qualidade de medidas de um conjunto de sensores iguais melhora com a raiz quadrada do número de sensores.

Este é um problema de estimação. Desconsiderando o viés dos sensores do *cluster*, cada medida pode ser vista como a realização de uma variável aleatória gaussiana de média μ e desvio padrão σ . O objetivo do conjunto é estimar justamente a média μ e isso é feito pelo próprio estimador $\hat{\mu}$, que consiste na média do conjunto de realizações medidas.

O estimador $\hat{\mu}$ é uma variável aleatória e sua média é justamente μ e sua variância é σ^2/N , sendo N o tamanho da amostra (no caso, o tamanho do *cluster*). Isso significa dizer que o desvio padrão do estimador é σ/\sqrt{N} . (STARK; WOODS, 2002).

Para a realização dos experimentos, no caso do quinto sensor auxiliar, seu desvio padrão foi de $\sigma_\nu = 1 \text{ }^\circ/\text{h}$. Por outro lado, para os sensores do *cluster*, o desvio padrão foi de $\sigma_\nu = 0,05 \text{ }^\circ/\text{s} = 180 \text{ }^\circ/\text{h}$. Ou seja, é um desvio padrão de aproximadamente 180 vezes o do quinto sensor auxiliar.

Considerando que foram utilizados 12 sensores, e desconsiderando as falhas que são isoladas pelo método dos k vizinhos mais próximos, tem-se que o desvio padrão do estimador é de aproximadamente $\sigma_\nu = 52 \text{ }^\circ/\text{h}$. Ou seja, 52 vezes maior do que o desvio padrão das medidas do quinto sensor auxiliar.

Vale lembrar que o fator determinante para a escolha dos sensores foi o custo. Ou seja, os 12 sensores do *cluster* possuem, aproximadamente, o mesmo custo do sensor utilizado como quinto sensor auxiliar.

De forma mais simplória, os resultados das medidas obtidas pelo *cluster* são de pior qualidade do que as obtidas pelo quinto sensor auxiliar, o que implica em taxas de isolações erradas maiores.

Por fim, os resultados do caso padrão, com cinco sensores principais, apresentados na subseção 4.5.1 se mostraram melhores do que o caso de 5 sensores auxiliares com certa folga. Isso pode ser imediatamente notado comparando-se as tabelas 4.5 e 4.4.

Neste aspecto, nota-se que o método padrão se mostrou melhor do que o método com o quinto sensor auxiliar, e este se mostrou melhor do que o caso com o *cluster*.

4.6.2 Isolação da Falha Degrau

Enquanto o tópico anterior analisa a capacidade de não realizar isolações erradas na presença de falhas de menor magnitude detectável, este tópico analisa a capacidade de isolação de falhas degrau em diversas magnitudes.

Para o caso com o quinto sensor auxiliar, fixou-se a discordância ϕ em $\phi = 1,25 \cdot 10^{-2} \text{ }^\circ/s$, pois foi o menor ϕ testado que não apresentou isolações erradas. São os resultados citados na subseção 4.3.2 e estão presentes na seção A.3 do Anexo A.

Dos resultados, principalmente da figura 4.14, nota-se alguns pontos. O primeiro é que, obviamente, quanto maior a magnitude da falha, maior a taxa de isolações corretas. Isso é esperado, uma vez que falhas de maiores magnitudes levam a maiores distorções por parte de um único sensor. Da mesma forma, falhas menores magnitudes são de difícil isolação, uma vez que elas podem se “disfarçar” em meio ao ruído e viés do sensor em que ela surgiu. Por fim, para os dois maiores valores de ϵ , menor foram as taxas de isolações corretas.

Da figura 4.15, no caso com o quinto sensor auxiliar, nota-se que apenas os resultados de $\epsilon = 1,25 \cdot 10^{-2} \text{ }^\circ/s$ e $\epsilon = 1,00 \cdot 10^{-2} \text{ }^\circ/s$ apresentaram isolações erradas, enquanto todas as demais configurações não apresentaram tal fato. Nota-se também, da tabela A.11, que houve um caso de isolação errada para $\epsilon = 5,00 \cdot 10^{-3} \text{ }^\circ/s$. Disso, nota-se uma tendência de que, quanto maior o ϵ , maior tende a ser a taxa de isolação errada e menor a de isolação correta. Isso pode ser explicado pois, um maior ϵ permite que o sistema considere um sensor defeituoso como “saudável” com maior probabilidade, levando à isolação de outro sensor que não o defeituoso. Isso é coerente com o discutido no tópico anterior. Além disso, para valores de ϵ suficientemente pequenos, não é notada grandes diferenças nos resultados.

Mas um dos pontos que mais chama a atenção nos resultados é o fato de que não necessariamente uma menor magnitude de falha significa uma maior chance de isolação errada. Da figura 4.15, percebe-se que, conforme se diminui a magnitude das falhas, a taxa de isolações erradas inicialmente cresce e depois diminui. Esse comportamento pode ser explicado da seguinte forma. Quando a falha é muito pequena, apesar de ser detectada pelo algoritmo de detecção, a mesma não consegue ser isolada pelo algoritmo de isolação,

pois não é grande o suficiente para satisfazer a equação 4.3. Quando a falha é muito grande, a mesma se “destaca” de tal forma que é facilmente isolada. Porém, em uma determinada faixa intermediária, a magnitude da falha se torna grande o suficiente para causar distorções que podem levar o sistema a isolações erradas. O principal ponto que justifica esse comportamento é a geometria de distribuição dos sensores. Os efeitos da falha em diferentes sensores não são sentidos da mesma forma pelo sensor auxiliar, pois este não está em uma posição simétrica com todos os demais sensores (e é impossível que isso seja feito para a configuração tetraédrica dos sensores principais). Isso faz com que, se o sistema for tolerante, isso é, possuir um ϵ consideravelmente alto, ele pode vir a entender que o sensor defeituoso está correto, e que um sensor correto está com falha. Ou seja, a assimetria geométrica “distorce” os efeitos das falhas nos grupos de sensores. Por fim, vale ressaltar que, para ϵ suficientemente pequeno, tal fato não foi problema.

Já os resultados para o método com *cluster* de sensores foram apresentados na subseção 4.4.2 e as tabelas na seção A.6 do Anexo A.

Conforme discutido no tópico anterior, os resultados de isolações erradas para o método com *cluster* se mostraram piores do que o caso com o quinto sensor auxiliar. Além disso, os resultados para esse caso foram levantados variando o parâmetro ϕ , ao invés do ϵ que ficou fixado em $\epsilon = 2,50 \cdot 10^{-3} \text{ }^\circ/s$, devido à análise de isolações erradas.

Conforme observado dos resultados das figuras 4.19 e 4.20, quanto maior o parâmetro ϕ , naturalmente, menor tende a ser a capacidade de isolações corretas e menor e a taxa de isolações erradas.

Dos resultados, nota-se que a partir de $\phi = 2,0 \cdot 10^{-1} \text{ }^\circ/s$ não foram observadas isolações erradas. Além disso, se observa o mesmo comportamento de que a relação entre isolações erradas e magnitude da falha não é monótona, mas possui uma região em que se torna maior, decaindo tanto para magnitudes muito grandes como muito pequenas.

Por fim, nota-se um desempenho de isolações corretas e erradas consideravelmente pior do que o caso com o quinto sensor auxiliar, conforme explicado pela discussão do tópico anterior. Pode-se dizer que esse método (com o *cluster*) conseguiu uma capacidade de isolação plena para falhas do tipo degrau apenas após a magnitude de $2,5 \cdot 10^{-1} \text{ }^\circ/s$, enquanto o método com o quinto sensor auxiliar já apresentou resultados plenos para $7,0 \cdot 10^{-3} \text{ }^\circ/s$ (ordem de grandeza de 10^{-2}) de magnitude de falha.

Por fim, os resultados para o método padrão, isto é, com os cinco sensores principais, os resultados foram melhores do que o método com o quinto sensor auxiliar, como esperado. Para a configuração apresentada na tabela 4.7, nota-se que o método já obtém resultados plenos a partir de $2,8 \cdot 10^{-4} \text{ }^\circ/s$ (ordem de grandeza de 10^{-4}), ou seja, duas ordens de grandeza abaixo do caso com o quinto sensor auxiliar.

Desta forma, nota-se que o método padrão foi melhor que o método com o quinto

sensor auxiliar, que foi melhor que o método com o *cluster*, para a isolação de falhas do tipo degrau.

4.6.3 Isolação da Falha Rampa

Este tópico, por sua vez, analisa a capacidade de isolação de falhas rampa para diversas inclinações das rampas.

Para o caso com o quinto sensor auxiliar, da mesma forma que no caso anterior, fixou-se a discordância ϕ em $\phi = 1,25 \cdot 10^{-2} \text{ }^\circ/s$. Os resultados foram apresentados na subseção 4.3.3 e estão presentes na seção A.4 do anexo A.

Dos resultados das figuras 4.16 a 4.17, junto com as tabelas A.14 a A.19, nota-se, como esperado, que uma maior inclinação da falha rampa implica maior capacidade de isolações corretas. Outro ponto que se nota é que quanto menor o ϵ , maior é a porcentagem de isolações corretas.

Vale lembrar que como a falha rampa cresce indefinidamente, em algum momento o sistema realiza uma isolação, que pode ser certa ou errada. Quando a falha cresce lentamente, a mesma permanece por um maior período em uma faixa de valores que podem levar a isolações erradas. Essa faixa pôde ser notada na figura 4.15.

Da mesma forma que no estudo da falha degrau, um maior ϵ implica em uma maior chance de haver isolações erradas.

Outro ponto que se nota é que a magnitude de isolação reduz com a redução da inclinação. Ou seja, falhas que crescem mais rapidamente conseguem atingir valores maiores, embora sejam também detectadas mais rapidamente.

Vale ainda notar que o valor da magnitude de isolação foi coerente com os resultados da falha degrau. Afinal, a falha rampa, em sua essência, pode ser vista como uma sucessão de falhas degrau cuja magnitude aumenta a cada instante, de forma gradual.

Já os resultados para o método com *cluster* de sensores foram apresentados na subseção 4.4.3 e as tabelas na seção A.7 do Anexo A. Os parâmetros foram variados da mesma forma que o caso anterior.

Conforme a sequência dos tópicos anteriores, os resultados de isolações erradas para o método com *cluster* se mostraram piores do que o caso com o quinto sensor auxiliar. Isso fica ressaltado tanto pela porcentagem de isolações corretas quanto pela magnitude no momento da isolação.

Nota-se na figura 4.21, que, quanto maior o parâmetro ϕ , menor tende a ser a capacidade de isolações corretas e menor, aumentando a taxa de isolações erradas.

Dos resultados, nota-se que nem mesmo para $\phi = 2,5 \cdot 10^{-1} \text{ }^\circ/s$ conseguiu-se atingir um nível de 100% de acertos.

Assim, pode-se perceber que o método com *cluster* foi novamente pior do que o caso com o quinto sensor auxiliar. Para a falha rampa, o método com *cluster* não conseguiu atingir nível de isolamento plena, sua magnitude de isolamento é consideravelmente pior, mais de 10 vezes maior do que o método com o quinto sensor auxiliar, além disso, possui atrasos maiores.

Por fim, os resultados para o método padrão foi melhor do que ambos os demais métodos, como era de se esperar. Os resultados estão presentes nas tabelas A.24 e A.25. Para a configuração com $\epsilon = 5,0 \cdot 10^{-4} \text{ }^\circ/s$, para menores valores de inclinações, ocorre o mesmo fenômeno observado anteriormente, isto é, a falha, ao longo do seu lento crescimento, atinge uma faixa de magnitudes que levam a uma isolamento errada. Com a redução do $\epsilon = 1,0 \cdot 10^{-4} \text{ }^\circ/s$, a taxa de acertos foi de 100% em todos os casos. As magnitudes de isolamento e os atrasos foram menores do que o caso com o quinto sensor auxiliar.

Novamente, nota-se que o método padrão foi melhor que o método com o quinto sensor auxiliar, que foi melhor que o método com o *cluster*, para a isolamento de falhas do tipo rampa.

4.7 Análise de Confiabilidade

Na seção 2.2.2, foi feita uma discussão sobre Confiabilidade. Nesta seção, mostra-se como a alteração no projeto de um INS, com a inclusão da capacidade de isolamento, pode resultar em uma confiabilidade, de projeto, maior do que a de um INS sem a capacidade de isolamento.

É importante ressaltar que a confiabilidade é um parâmetro de projeto, de tal forma que é inerente ao sistema projetado. Assim, ao inserir um sistema FDI no INS, a rigor, não se pode dizer que a confiabilidade é aumentada, mas sim que o projeto é alterado, resultando em um outro projeto, com uma outra confiabilidade, que pode ser maior do que a do primeiro projeto.

A confiabilidade de um sensor é dada pela equação 2.1, ou seja, é dada por $R(t) = e^{-\lambda t}$. Em um sistema com 4 sensores, sem capacidade de isolamento, como a falha de qualquer um dos sensores já pode implicar a falha do sistema, tem-se que estes 4 sensores estão em série. Assim, a confiabilidade desse sistema é dada pelo produto das 4 confiabilidades dos sensores isolados. Denotando a confiabilidade dos sensores por simplesmente R , tem-se:

$$R_4 = R^4 = e^{-4\lambda t} \quad (4.4)$$

Já na situação com 5 sensores, utilizando os dados dos sensores principais, *EMCORE-Hawkeye EG-1300 Lithium-Niobate FOG*; dos sensores utilizados como “quinto sensor auxiliar”, *EMCORE-Hawkeye Series EG-120 FOG Digital*, tem-se que ambos têm o mesmo tempo médio para falhar (MTTF), o que sugere que ambos os sensores tenham uma mesma confiabilidade (EMCORE, 2016a), (EMCORE, 2016b). Para o desenvolvimento da análise, tendo em vista as informações disponíveis, considerou-se que as confiabilidades dos sensores principais e do quinto sensor auxiliar são iguais.

A confiabilidade desses sistemas deve ser estimada de forma diferente para cada caso. Primeiro, para o sistema padrão, com 5 sensores principais, tem-se a seguinte confiabilidade, considerando, como premissa, que a falha é sempre isolável:

$$R_5 = R^5 + 5 \cdot R^4 \cdot (1 - R) \quad (4.5)$$

Como se considerou que a falha é sempre isolável, tem-se que a confiabilidade de projeto será um pouco menor do que a confiabilidade estimada pela equação 4.5. Reforça-se que a confiabilidade estimada pela equação 4.5 não é a confiabilidade de projeto, a qual, para ser levantada, precisar-se-ia conhecer a probabilidade do sistema realizar corretamente a isolamento, considerando as diversas possibilidades de falhas e magnitudes de falhas que poderiam surgir nos sensores.

Tendo em vista a premissa assumida, o cálculo da equação 4.5 se justifica pelo fato de que o sistema estará em funcionamento seja com os 5 sensores em funcionamento, seja com apenas 4 em funcionamento. Todos os sensores trabalham simultaneamente.

Já para o sistema com 4 sensores principais e 1 sensor auxiliar, o sensor auxiliar só entra em operação após a detecção da falha. Assim, o sistema estará em funcionamento se os 4 sensores principais estiverem em funcionamento ou no caso em que um dos 4 sensores principais falhe e o quinto sensor continue em funcionamento, resultando na seguinte equação:

$$R_{5aux} = R^4 + 4 \cdot R^4 \cdot (1 - R) \quad (4.6)$$

Novamente, como se considerou que a falha é sempre isolável, tem-se que a confiabilidade de projeto será um pouco menor que essa estimativa. A mesma discussão feita em torno da equação 4.5 também se aplica à equação 4.6.

Por fim, faz-se o mesmo procedimento de estimar a confiabilidade, agora para o caso com o *cluster*. Como o *cluster* possui diversos sensores e possui um sistema FDIR interno, é difícil determinar quando o *cluster* está ou não em falha. Como a qualidade dos sensores pouco afeta seu MTTF (mesma premissa considerada no caso do quinto sensor auxiliar),

pode-se considerar que os sensores do *cluster* possuem, cada um, confiabilidade R . A confiabilidade do sistema com o *cluster* pode ser estimada, sendo R_{cl} a confiabilidade do *cluster*, por:

$$R_{5cl} = R^4 + 4 \cdot R^3 \cdot R_{cl} \cdot (1 - R) \quad (4.7)$$

Na figura 4.23, fez-se uma comparação entre as confiabilidades das diversas configurações em função do produto $\lambda \cdot t = t/MTTF$. Os resultados serão discutidos na subseção seguinte. Para o levantamento desse gráfico, considerou-se que o *cluster* está operante se até 4 sensores falham (ou seja, um terço dos sensores, considerando o caso com 12 sensores). Com isso, sua confiabilidade é dada pela equação 4.8.

$$R_{cl} = \sum_{k=0}^4 \binom{12}{k} R^{12-k} \cdot (1 - R)^k \quad (4.8)$$

Vale ressaltar que a mesma discussão feita em torno das equações 4.5 e 4.6 também se aplica à equação 4.7. Isto é, a estimativa feita pela equação 4.7 é maior do que a confiabilidade de projeto, que depende da efetiva capacidade de isolamento do sistema.

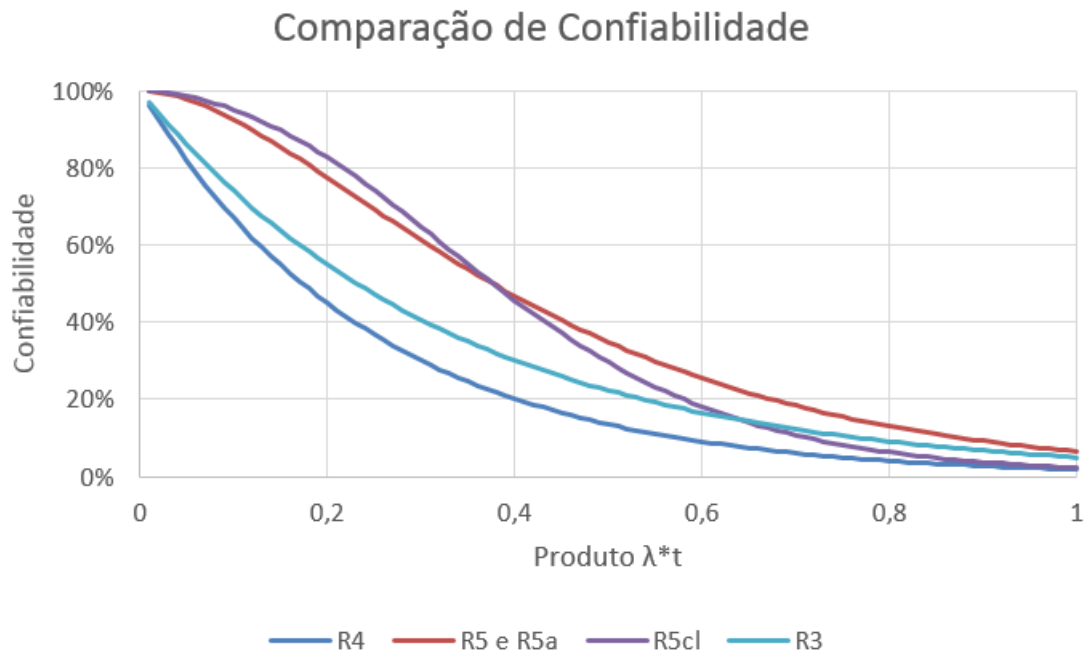


FIGURA 4.23 – Comparação da confiabilidade para diferentes configurações.

Um ponto importante que se notou é que as confiabilidades R_5 e R_{5aux} foram iguais. Isso pode ser verificado com a manipulação algébrica das equações 4.5 e 4.6. Isso será discutido na subseção seguinte.

4.7.1 Discussões da Análise de Confiabilidade

Ao iniciar a discussão, é importante considerar o gráfico da figura 4.23. O primeiro ponto que chama atenção é a equação 4.4. Como no caso de 4 sensores apenas, via de regra, não há capacidade de isolar a falha e, por conseguinte, de recuperação, tem-se que sua confiabilidade é R^4 . Da mesma forma, em um sistema com apenas três sensores, a confiabilidade é R^3 . Ou seja, em ambas as situações, o conjunto pode ser modelado como todos os sensores em série, por isso, a confiabilidade do sistema é o produto das confiabilidades individuais dos sensores do sistema. Como $0 \leq R \leq 1$, tem-se que $R^4 \leq R^3$. Tal fato é realmente verdade para um sistema de quatro sensores que não possua nenhuma capacidade de isolamento de falhas. Em verdade, se não há capacidade de isolamento e recuperação de falhas, um aumento na quantidade de sensores sempre levará a uma queda na confiabilidade de projeto. Isso pode ser explicado pelo fato de que, quanto mais sensores são utilizados no sistema, maior a probabilidade de um deles falhar.

Todavia, é possível fazer alterações num projeto de INS com 4 sensores de forma a atingir uma maior confiabilidade. Em outras palavras, é possível alterar o projeto de forma que a estrutura do sistema não seja mais em série, em termos de confiabilidade, o que leva o sistema a atingir uma confiabilidade maior que R^4 . Reforça-se aqui o aspecto da confiabilidade de que a mesma é inerente ao projeto, podendo apenas ser modificada se houver mudança no projeto (ou, a rigor, também se houver mudança nas condições de operação, o que não é considerado nesta análise).

Essa possibilidade de alteração no projeto consiste no fato de que algumas falhas podem isoladas, mesmo com apenas 4 sensores. Por exemplo, uma falha em que o valor do sensor “congele” é facilmente isolável. O que possibilitaria essa configuração se recuperar da falha. Tal fato é impossível no sistema com 3 sensores. Até seria possível mensurar o quanto a confiabilidade do sistema com 4 sensores (com essas alterações na capacidade de isolamento) seria melhor, se houvesse disponível um catálogo com os diversos tipos de falhas e suas respectivas probabilidades. Porém, muitas vezes, não há esse catálogo, devido à sua dificuldade (principalmente em termos de tempo) para seu levantamento.

Sintetizando esses pontos, tem-se que, se não for utilizada nenhuma forma de tentar realizar a isolamento de falhas particulares, certamente a confiabilidade de um sistema com 4 sensores será menor do que a confiabilidade do sistema com 3 sensores. Caso se utilize alguma capacidade de isolamento, pode-se atingir uma maior confiabilidade no projeto, pois, neste caso, o sistema não estaria mais na configuração em série.

Ao analisar as confiabilidades para os casos com 5 sensores, o primeiro ponto que chama atenção é o fato da confiabilidade ter sido matematicamente igual, tanto para o caso de 5 sensores principais, quanto para o caso de 4 sensores principais e um quinto sensor auxiliar. Analisando o fato de que, em ambos os sistemas, a falha de um sensor não

leva o conjunto à falha total, faz sentido que o resultado dos cálculos de confiabilidade sejam algebricamente iguais. Além disso, vale ressaltar que há a premissa de que ambos os modelos de sensores possuem a mesma confiabilidade.

Todavia, em termos práticos, deve-se analisar alguns aspectos que são de difícil (ou mesmo impossível) modelagem analítica. Após a falha e isolamento do sensor defeituoso, o sistema com 5 sensores principais se encontrará com 4 sensores principais operantes. Caso ocorra algum tipo de falha nestes 4 sensores que seja isolável (como o “congelamento” do sensor), o sistema ainda poderia se recuperar, excluindo este sensor defeituoso, terminando a operação com 3 sensores principais operantes. Já no caso em que há 4 sensores principais e um auxiliar, após a falha de um dos 4 sensores, e após a isolamento do sensor defeituoso, o sistema passa a operar com 3 sensores principais. Se após esse momento, o sensor auxiliar falhar, em nada a operação será prejudicada. Porém, se um dos 3 sensores falhar, mesmo que seja uma falha isolável, não haverá, provavelmente, como o sistema continuar operando substituindo um sensor principal pelo auxiliar, devido à diferença de qualidade.

Desta forma, é inclusive difícil determinar qual seria a maior confiabilidade sem sucessivos testes para se obter conhecimentos específicos dos tipos de falhas dos sensores. Ainda assim, pode-se inferir que as confiabilidades das duas configurações serão consideravelmente próximas, principalmente tendo em vista que os desempenhos na isolamento, discutidos no tópico anterior, não são tão discrepantes.

Prosseguindo para análise da confiabilidade da configuração com 4 sensores principais e um *cluster* de sensores, nota-se que essa configuração obtém, nos instantes iniciais, uma melhor confiabilidade que as demais. Já para os instantes finais esse processo é invertido.

Quando se compara estes resultados com o que foi discutido na seção 4.6 anterior, o resultado parece ser contraditório, tendo em vista que o desempenho dessa configuração foi pior que as demais. Esse fato pode ser explicado pelo seguinte motivo: os cálculos da seção 4.7 consideram que o sistema sempre conseguirá realizar a isolamento corretamente. Considerando essa premissa verdadeira, de fato, como o *cluster* tem um grande número de sensores, é mais provável que esteja em funcionamento um número suficiente de sensores do que um único sensor auxiliar. Por isso, matematicamente, os resultados foram maiores.

Porém, em termos práticos, essa premissa não se aplica, pois a capacidade de isolamento desta configuração é consideravelmente pior que as das demais. Ou seja, a proporção de falhas que são isoladas pela configuração com *cluster* é menor do que a proporção da configuração com sensor auxiliar. Assim, é razoável inferir que a confiabilidade estimada dessa configuração, nos cálculos feitos na seção 4.7, está superavaliada. Tal fato, na verdade, já foi levantado anteriormente.

Calcular a verdadeira confiabilidade do sistema é inviável sem informações detalhadas e catálogos de tipos de falhas e suas respectivas probabilidades para os modelos de

sensores. Por isso, foram feitos os cálculos aproximados (estimativas) que, ainda assim, permitiram conclusões importantes. Matematicamente, a situação acima poderia ser descrita da seguinte forma:

$$R_{5cl} = R^4 + K \cdot (4 \cdot R^3 \cdot R_{cl} \cdot (1 - R)) \quad (4.9)$$

onde K indicaria a porcentagem de quantos por cento das falhas relevantes (que podem levar o conjunto à falha) são de fato isoladas pelo sistema FDI. Essa constante K , na configuração com *cluster* é certamente menor do que nas outras configurações. Como o objetivo da discussão é principalmente comparativo, pode-se pensar em K como a porcentagem de falhas isoladas pelo sistema com sensor auxiliar que também podem ser isoladas pelo sistema com *cluster*. Se essa constante for menor que 85%, a confiabilidade calculada já seria menor do que a dos demais casos. Tendo em vista os resultados discutidos na subseção 4.6, provavelmente essa proporção é menor do que 85%.

Em suma, neste caso, pode-se razoavelmente concluir que, nota-se:

- A confiabilidade do sistema com 5 sensores principais, do com 4 principais e 1 auxiliar e do com 4 principais e um *cluster* auxiliar são maiores do que as configurações com 4 sensores (com ou sem capacidade parcial de isolamento).
- A confiabilidade do sistema com 5 sensores principais é próxima da confiabilidade do sistema com 4 sensores principais e um auxiliar.
- A verdadeira confiabilidade da configuração com *cluster* de sensores é menor do que as confiabilidades das duas configurações citadas no item anterior.

4.8 Aplicação em Dados Reais

4.8.1 Preparação dos Dados

A fim de observar o funcionamento dos algoritmos deste trabalho em uma aplicação de dados reais, utilizaram-se dados que foram adquiridos em um experimento verdadeiro.

Tal experimento foi feito pelo IAE durante os testes do projeto SISNAV. Os testes consistiram na aquisição de dados por uma plataforma inercial com girômetros a fibra ótica e acelerômetros em uma montanha-russa, mais precisamente, a Montezum do parque Hopi Hari em Vinhedo, no Estado de São Paulo.

Por razões de sigilo, não podem ser informados os modelos dos sensores utilizados, mas pode-se dizer que a frequência de aquisição de dados utilizada foi de 100 Hz, ou seja, o intervalo temporal entre as medidas é de 0,01 segundo.

Antes de apresentar os resultados, faz-se necessário esclarecer como o método é aplicado no experimento. O primeiro aspecto importante a ser mencionado é que no experimento, feito para o projeto do SISNAV, utilizaram-se três sensores de cada tipo, dispostos ortogonalmente. Vale ressaltar que a configuração com quatro sensores passou a ser utilizada apenas no projeto SISNAC. Assim, faz-se necessário “converter” as leituras feitas por três sensores para uma leitura que seria feita por quatro sensores. Tal conversão pode ser feita de forma direta pela aplicação da seguinte equação:

$$\hat{\omega}_{4sens} = \mathbf{H} \cdot \hat{\omega}_{3sens} \quad (4.10)$$

Sendo \mathbf{H} a matriz dos cossenos diretores para a configuração tetraédrica. O mesmo pode ser feito para a inclusão da leitura com 5 sensores, utilizando \mathcal{H} como a matriz dos cossenos diretores onde as quatro primeiras linhas são idênticas às da matriz \mathbf{H} e a quinta linha é a do quinto sensor.

$$\hat{\omega}_{5sens} = \mathcal{H} \cdot \hat{\omega}_{3sens} \quad (4.11)$$

Todavia, o procedimento da equação 4.10 não é suficiente para a conversão mais correta dos dados, devido ao parâmetro do GDOP. Em um sistema com três sensores, o GDOP é dado por $\sigma/\sqrt{3}$, enquanto em um sistema com quatro sensores, o GDOP é dado por $\sigma/\sqrt{4}$. Para que os sistemas sejam equivalentes em qualidade, precisa-se aumentar o desvio padrão do ruído branco dos dados obtidos pela equação 4.10 em $2/\sqrt{3}$.

Feita essa conversão, faz-se necessário reduzir a qualidade do que seria o quinto sensor, de forma que o mesmo tenha um desvio padrão, quando comparado com os demais, consideravelmente maior. Essa redução da qualidade é feita por meio do aumento da intensidade do ruído branco gaussiano.

O segundo aspecto importante trata da calibração dos sensores, de forma a reduzir o seu viés. A montanha-russa, e a plataforma inercial por conseguinte, ficou parada por 6 minutos para fazer a aquisição de dados para a calibração.

Ainda, utilizando os resultados da calibração e aplicando diversas equações do escopo da navegação, pode-se reconstruir a trajetória da montanha russa.

Por fim, com os dados para a reconstrução da trajetória gerados, aplica-se, sobre os dados de um dos quatro sensores após a conversão, a falha. Desta forma, o sensor em falha será detectado e isolado pelo algoritmo FDI. Em seguida, aplica-se o método de verificação apresentado na seção 3.5 para retirar os dados do sensor defeituoso, repassando para o sistema de navegação apenas os dados dos sensores sadios.

Vale ainda dizer que, tendo em vista os resultados do capítulo 4 e a discussão da seção

4.6, decide-se utilizar apenas o método do quinto sensor auxiliar, cujos resultados foram superiores.

Tendo isso em vista, o desvio padrão dos acelerômetros originais, isto é, aqueles que foram utilizados no experimento real, foi de $0,162 \text{ m/s}^2$. Já o desvio padrão dos girômetros originais foi de $1,025 \cdot 10^{-4} \text{ rad/s}$. Esses dados são adquiridos na etapa de calibração. Considerando que os sensores obedecem ao modelo descrito na subseção 2.3.3, tem-se que o quadrado desses desvios é a variância do ruído branco gaussiano da equação 2.21. Assim, esses desvios equivalem a variâncias de $2,624 \cdot 10^{-4} (\text{m/s}^2)^2$ e $1,051 \cdot 10^{-8} (\text{rad/s})^2$, respectivamente.

Para o desvio padrão aumentar em $2/\sqrt{3}$, deve-se aumentar as variâncias em $4/3$. Para isso, pode-se adicionar um ruído branco gaussiano cuja variância seja $1/3$ da original. Com isso, para o acelerômetro, soma-se um ruído de variância de $8,748 \cdot 10^{-5} (\text{m/s}^2)^2$ e para o girômetro de $3,504 \cdot 10^{-9} (\text{rad/s})^2$, o que equivale a desvios padrões de $9,4 \cdot 10^{-3} \text{ m/s}^2$ e $5,9197 \cdot 10^{-5} \text{ rad/s}$.

Com isso, gera-se o equivalente a quatro sensores de cada tipo cujos desvios padrões dos acelerômetros e girômetros são $0,0187 \text{ m/s}^2$ e $1,184 \cdot 10^{-4} \text{ rad/s}$.

Para o quinto sensor, mantendo a mesma proporção utilizada nos testes deste capítulo, toma-se que o desvio padrão do mesmo deve ser 100 vezes o desvio padrão dos quatro sensores principais. Tendo em vista tal discrepância, é razoável aplicar diretamente um ruído para o quinto acelerômetro e/ou girômetro de, respectivamente, $1,87 \text{ m/s}^2$ e $0,0118 \text{ rad/s}$.

Conforme o que foi apresentado no capítulo 1, a navegação, em sentido estrito, que é a utilizada para a reconstrução da trajetória, foge do escopo do trabalho. Mas, para fins de esclarecimento e transparência, as equações utilizadas são apresentadas no Apêndice A, na seção A.3. Mais detalhes sobre navegação podem ser encontrados em Farrell (1976), Grewal *et al.* (2007), Groves (2008), Farrell (2008) e Noureldin *et al.* (2013). Para a integração numérica das equações, utilizou-se o método de Runge-Kutta de 4ª Ordem, cujos detalhes podem ser encontrados em Asano e Colli (2009).

4.8.2 Aplicação do Algoritmo de FDI

Evidentemente, a primeira atitude a ser feita é verificar se o algoritmo de navegação utilizado é capaz de reconstruir a trajetória. Isso pode ser feito pela comparação entre o trajeto real e o trajeto reconstruído. O trajeto real pode ser obtido, em termos de latitude e longitude por uma imagem de satélite retirada do sistema *Google Maps*, já que a montanha russa se encontra ao ar livre. Na figura 4.24, tem-se o trajeto real.

No experimento, foram feitas quatro voltas no percurso da montanha russa. Cada volta teve a duração de aproximadamente 150 segundos. Para a análise do sistema FDI, porém,

será necessário utilizar apenas uma das voltas, no caso, a primeira. A reconstrução da primeira volta fornece uma trajetória quase perfeita, quando comparada com a trajetória real. Na figura 4.25, tem-se a sobreposição da trajetória reconstruída sobre a real no caso sem falha. O pequeno asterisco azul e o pequeno círculo verde, logo embaixo da palavra “Montezum” indicam o início e o fim da trajetória. Nota-se que os pontos quase coincidiram, mostrando a boa qualidade dos sensores e do algoritmo de navegação.



FIGURA 4.24 – Trajeto real da montanha russa.

Apresentada a trajetória com sensores em pleno funcionamento, aplica-se uma falha do tipo degrau em um dos girômetros, para mostrar como a trajetória pode ser completamente deformada pela falha. A magnitude das falhas degrau foram de $0,0100 \text{ rad/s}$, $0,0075 \text{ rad/s}$ e $0,0050 \text{ rad/s}$. Além disso, mostra-se como o tempo de permanência da falha é relevante para a distorção da trajetória, aplicam-se as mesmas falhas em diferentes instantes. Uma em 70 segundos de operação, apresentada na figura 4.26, outra em 30 segundos, apresentada na figura 4.27, lembrando que a volta dura 150 segundos.

Com a aplicação do algoritmo FDI, os resultados corrigem a trajetória fazendo com que a mesma se mantenha próxima da original. Na figura 4.28, mostram-se as trajetórias corrigidas com a falha aplicada aos 70 segundos de operação. Já na figura 4.29, com a falha aplicada aos 30 segundos de operação.



FIGURA 4.25 – Sobreposição da volta computada e a rota real, no caso sem falhas.

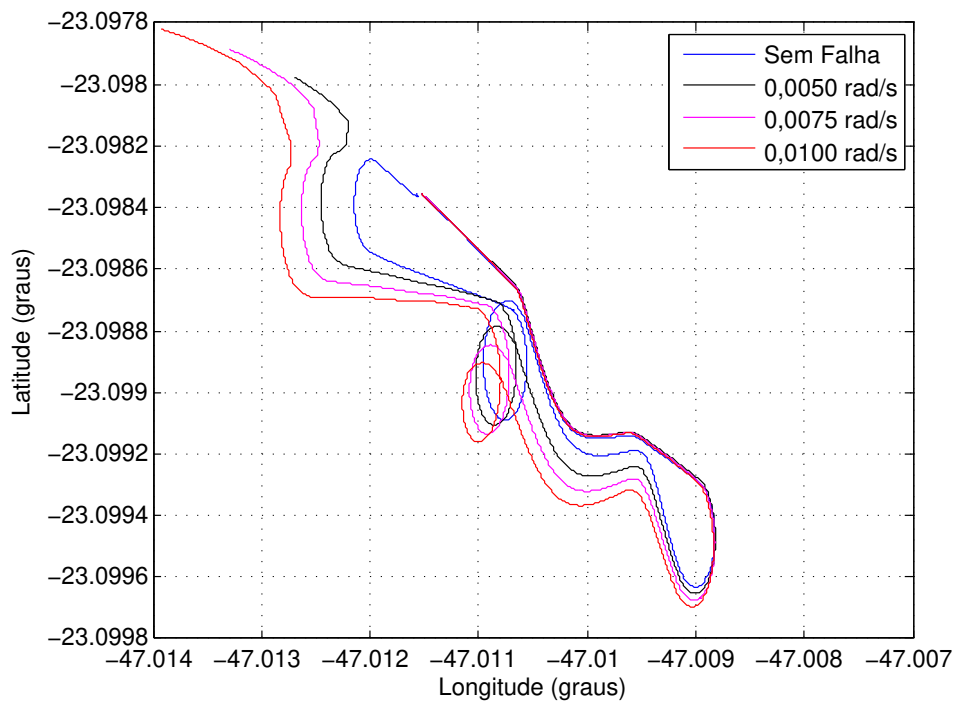


FIGURA 4.26 – Trajetórias com falhas aplicadas aos 70 segundos de operação.

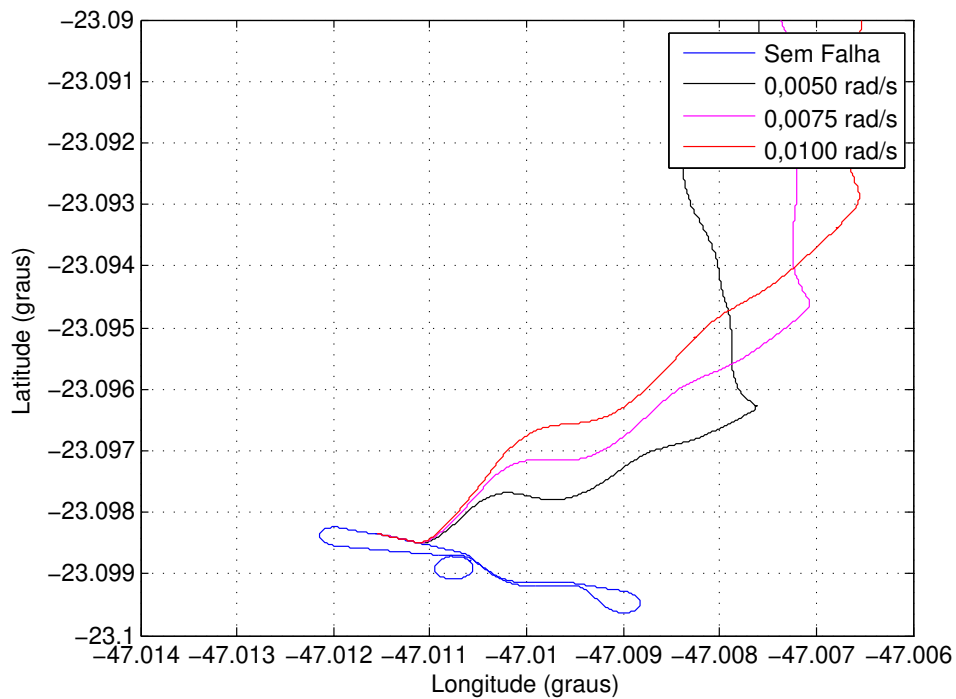


FIGURA 4.27 – Trajetórias com falhas aplicadas aos 30 segundos de operação.

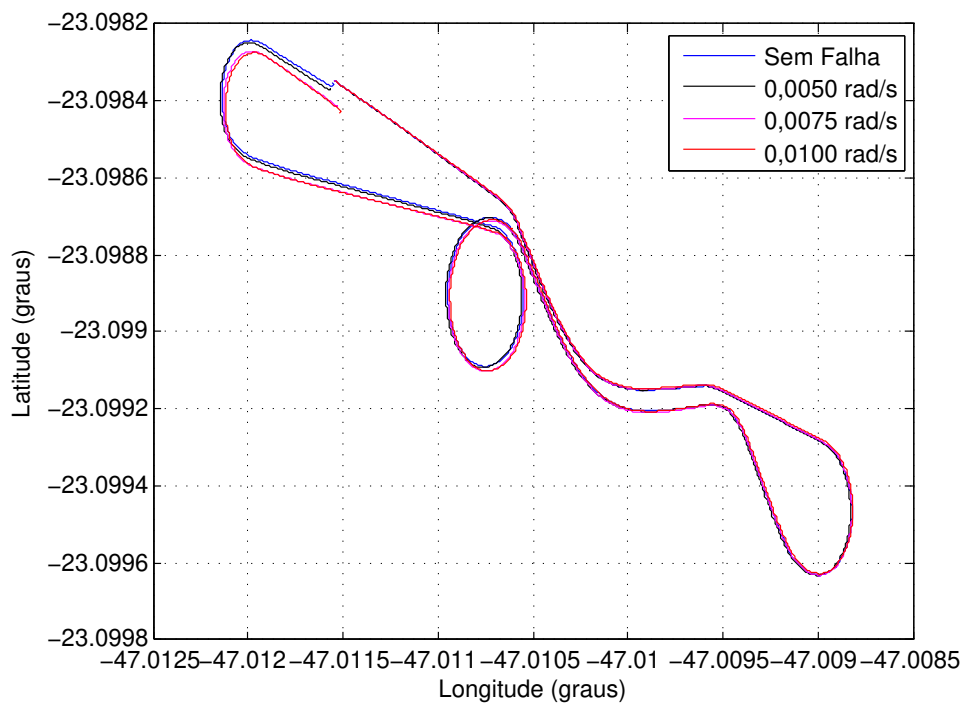


FIGURA 4.28 – Trajetórias com falhas, aplicadas aos 70 segundos de operação, recuperadas pelo sistema FDI.

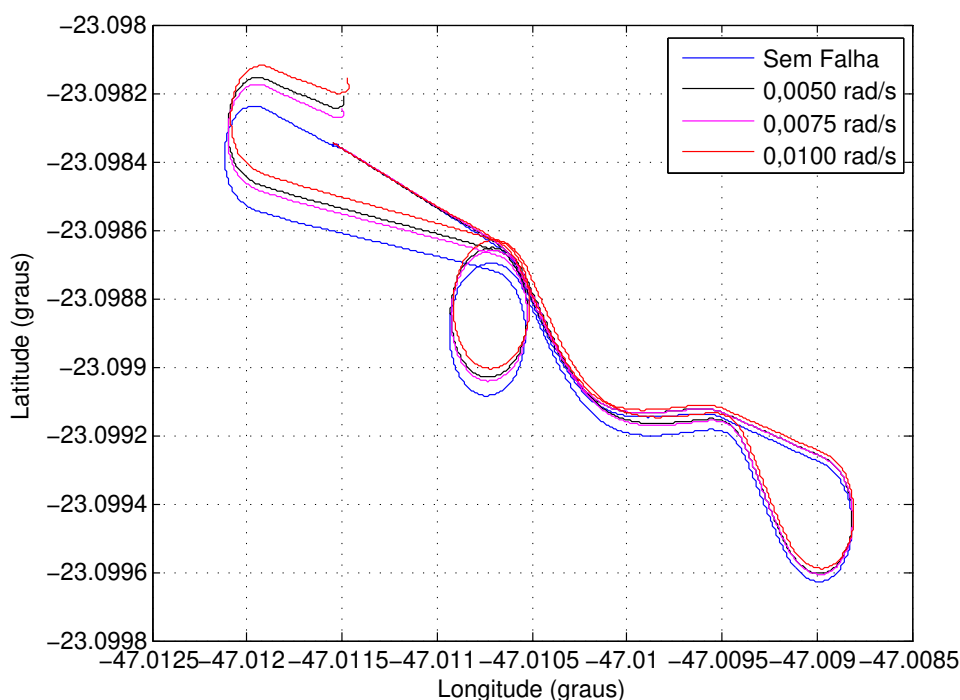


FIGURA 4.29 – Trajetórias com falhas, aplicadas aos 30 segundos de operação, recuperadas pelo sistema FDI.

Vale esclarecer que o motivo da distorção da trajetória é a integração do valor numérico distorcido pela falha. Na seção A.3 do Anexo A, são apresentadas as equações diferenciais da navegação. Tais equações, ao serem integradas, propagam o erro das medidas dos sensores. Quando um sensor sofre uma falha, inevitavelmente ocorre, ainda que por poucas amostras, a integração de valores distorcidos pela falha. Tal fato faz com que a trajetória seja distorcida em comparação com a original. Por fim, um estudo que vise a minimizar a distorção causada pela integração de medidas defeituosas se encontra no escopo da navegação em sentido estrito, afastando-se do escopo deste trabalho.

4.8.3 Discussão da Aplicação dos Dados da Montanha Russa

Dos resultados mostrados nas figuras na subseção 4.8.2, pode-se notar falhas nos giro-metros são capazes de distorcer completamente a trajetória computada pelos sensores. Ao comparar as figuras 4.26 e 4.27, nota-se, obviamente, que quanto mais tempo a falha permanece no sensor, maiores são os erros, a ponto da trajetória fugir completamente da original.

No casos em que houve a recuperação, do sistema, nota-se que a reconstrução da trajetória se aproxima consideravelmente da original. Ao longo dos experimentos, dois pontos foram notados.

O primeiro é de que, quanto mais cedo a falha ocorre em uma missão, maior fica a propagação dos seus erros, independentemente da velocidade com que ela é sanada. Isso pode ser observado ao comparar as figuras 4.28 e 4.29. A explicação para tal fato é de que erros que ocorrem mais cedo implicam em erros em instantes anteriores, a partir dos quais a integração das equações de navegação se dá. Em palavras mais simples, uma falha no girômetro levará a um cálculo errado de atitude. A partir dessa orientação errada, todos os demais cálculos ficarão errados. É como se o sistema acreditasse que está andando em uma direção mas, na verdade, está andando em outra.

O segundo ponto é de que, não é só a magnitude da falha que é relevante para o erro, mas o seu atraso na detecção é fundamental. Esse foi o caso dos resultados para as falhas de $0,0075 \text{ rad/s}$ e $0,0050 \text{ rad/s}$. Nesses resultados, o caso da falha de menor magnitude permaneceu por mais tempo até ser isolada, o que foi suficiente para que a mesma implicasse erros maiores. Assim, é razoável dizer que os erros da trajetória dependem de uma combinação entre magnitude da falha e atraso para a isolamento.

Vale ressaltar que, como esse trabalho trata de problemas com um sistema inercial puro, é inevitável que os erros cresçam com o passar da missão. Em um sistema em que há alguma forma de *reset* por outro sistema, como GNSS, altímetros ou outro tipo de sensor, essa recuperação retornaria o sistema à capacidade (quase) plena.

4.9 Aspectos Computacionais do Programa

Nesta seção, faz-se uma discussão sobre alguns aspectos computacionais do programa desenvolvido. Conforme apresentado na seção 3.6, o programa foi desenvolvido na linguagem do *software* de cálculo computacional *MATLAB*. Para fins de eventuais comparações, a máquina utilizada para a realização das simulações tinha como propriedades:

- Sistema Operacional *Windows 7 Professional* de 64 Bits da empresa *Microsoft*.
- Memória RAM de 8,00 GB, sendo 7,89 GB utilizáveis.
- Processador Intel(R) Core(TM) i7-3630 QM CPU @ 2,40 GHz + 2,40 GHz

Feitas estas considerações, o primeiro aspecto a se analisar é a complexidade do algoritmo. Considerando uma única simulação, ou seja, uma única rodada, que seria o caso em uma aplicação real, tem-se que o algoritmo é composto basicamente de uma etapa de inicialização e um *loop* principal. Este *loop* principal, por sua vez, depende, essencialmente, do tempo pelo qual o algoritmo é simulado e de alguns *loops* internos.

O *loop* principal do programa é justamente executado para realizar a passagem do tempo simulado, por isso, o mesmo é diretamente proporcional ao tempo simulado. Há

também outros *loops* dentro deste *loop* principal, porém, estes *loops* menores dependem de parâmetros que, embora na teoria possam ser variados, na prática, têm pequenas (ou nulas) variações.

Por exemplo, o *loop* da isolação faz os cálculos de diferenças entre 10 conjuntos de 3 sensores cada, o que resulta em 45 cálculos de diferenças. Em verdade, esse número seria, mais precisamente $n \cdot (n - 1)/2$, onde n é o número de sensores (considerando dentro de n o sensor auxiliar ou o *cluster*, este último como se fosse um único sensor). O mesmo se aplica para os próprios cálculos do *cluster* ao aplicar o método dos k vizinhos mais próximos para a isolação de falhas internas. Para um *cluster* de tamanho n_c , são feitos $n_c \cdot (n_c - 1)/2$ cálculos de diferenças. Assim, em termos teóricos, utilizando a notação “*Big Oh*” (em tradução livre, “Grande O”, ou ainda, “Ozão”, em referência à letra O do alfabeto), comum no ramo da Ciência da Computação, e denotando o tempo de uma simulação por t , tem-se que a complexidade de tempo do algoritmo é da ordem de $O(t \cdot (n_c^2 + n^2))$. Para mais detalhes sobre a notação “*Big Oh*”, pode-se consultar o livro de Cormen *et al.* (2009).

Porém, em termos práticos e por premissa do trabalho, o número n é mantido constante $n = 5$, logo, com isso, ter-se-ia uma complexidade da ordem $O(t \cdot n_c^2)$. Além disso, nota-se que n_c só se aplica no caso do *cluster*, sendo (como se fosse) $n_c = 1$ para o caso com o quinto sensor auxiliar.

Ainda pensando no caso prático, tendo em vista a restrição de custo, que é uma das premissas do trabalho, também é razoável considerar que o valor de n_c dificilmente atingiria valores maiores que 15. Assim, em termos práticos, para este trabalho, a complexidade de tempo de execução do algoritmo é da ordem $O(t)$.

Vale citar que, para a realização das diversas simulações na realização deste trabalho, automatizou-se o programa para que o mesmo fizesse várias simulações, com os mesmos parâmetros, em sequência. Além disso, também se automatizou a troca de alguns parâmetros para cada bateria de simulações. Isso foi especialmente útil para a coleta dos resultados apresentados neste Capítulo.

Para um algoritmo que visa a ser aplicado em sistemas com operação em tempo real, o fato do algoritmo simulado ser da ordem $O(t)$ é um indicativo positivo, pois praticamente basta que o mesmo garanta que seu *loop* seja executado mais rapidamente do que a taxa de amostragem, para que o algoritmo seja viável em termos de tempo de execução, e isso é o que será avaliado a seguir.

Para o caso com o quinto sensor auxiliar, foram feitas 100 simulações de 1.000 segundos (simulados) cada, considerando uma taxa de amostragem de 100 Hz. Ou seja, foram feitas 100 simulações com 100.000 amostras de tempo em cada uma. A média de tempo para cada simulação foi próxima de 40 segundos no mundo real, com flutuações de menos de

0,3 segundo (o que é esperado para um programa computacional que não sofre alterações entre as diferentes simulações).

Já para o caso com o *cluster* de sensores, o tempo médio observado foi consideravelmente maior, tendo sido de 55 segundos, também com variações de menos de 0,3 segundos na maior parte dos casos.

Tal observação se justifica justamente pelo fato que foi discutido há alguns parágrafos. A rigor, a complexidade calculada do programa é $O(t \cdot (n_c^2 + n^2))$. Para ambos os casos analisados, $n = 5$. Mas, no caso do quinto sensor auxiliar, tem-se que $n_c = 1$, enquanto no *cluster* $n_c = 12$. Esse aumento em n_c faz com que o tempo aumente significativamente também. Mas se nota que, embora n_c tenha sido multiplicado por 12 (o que implica um aumento em n_c^2 para 144 vezes seu valor), o tempo de execução foi aumentado em apenas 37,5%, aproximadamente. Isso se justifica pelo fato de que estes *loops* que envolvem o número de sensores correspondem a “pequenas partes” do código, de forma que o que prevalece na determinação do tempo de execução do algoritmo é o próprio tempo de simulação.

Feita essa constatação, nota-se que isso é uma vantagem teórica para o método com o quinto sensor auxiliar, quando comparado ao método do *cluster*.

Ainda tratando do tempo de execução do programa, tem-se que, o tempo médio para a execução de 0,01 segundo (simulado) é de $4 \cdot 10^{-4}$ segundo, no mundo real, para o caso com o quinto sensor auxiliar. Já para o caso com o *cluster* com 12 sensores, o tempo real é de $5,5 \cdot 10^{-4}$ segundo. Ou seja, o que é equivalente ao que 0,01 segundo, na vida real, produziria de informações, o programa consegue simular em menos de $6 \cdot 10^{-4}$ segundos para ambos os casos.

Em verdade, isso significa que o algoritmo consegue operar com sensores cuja taxa de amostragem é da ordem de 1000 Hz, pois, esses intervalos de $4 \cdot 10^{-4}$ segundo e $5,5 \cdot 10^{-4}$ segundo significam o tempo que o algoritmo leva para processar os dados recebidos dos sensores.

Tal fato mostra que o programa conseguiria realizar sua atividade em tempo real. Vale dizer ainda, que o programa não foi escrito de forma a otimizar sua execução. Além disso, o *software MATLAB* é consideravelmente mais lento do que o que se pode atingir com linguagens de programação de mais baixo nível (no sentido computacional), como C++, por exemplo.

Feita essa observação, tem-se que, caso a taxa de amostragem não seja da ordem de 1000 Hz, mas sim menor que isso, em termos práticos, a vantagem teórica do método com o quinto sensor (quanto ao menor custo de tempo computacional) não se fará relevante.

Por fim, quanto à complexidade da ocupação da memória, também tem-se que a mesma

crece de forma proporcional ao tempo. Para o caso com o *cluster*, que demanda maior uso da memória, teve-se que a memória ocupada foi próxima a 30 MB para o período de 1.000 segundos simulados. Isso equivale a 30,7 kB de memória a cada segundo de aplicação. Para o caso com o quinto sensor auxiliar, como a quantidade de informações guardadas é menor, tendo em vista que todo o *cluster* é substituído por um único sensor, o consumo de memória foi próximo de 20 MB, o que indica um consumo de 20,5 kB a cada segundo. Tal ordem de grandeza, para ambos os casos, é bem razoável para a atual capacidade dos computadores de bordo.

Nota-se que, em termos de exigência de memória, o método do quinto sensor auxiliar também possui vantagem em relação ao método com o *cluster*. O custo de memória com o método do *cluster* acaba sendo cerca de 50% maior do que no caso com o quinto sensor auxiliar. Evidentemente, se o sistema possuir grande capacidade de memória, da ordem de alguns GB, a não ser que a missão seja de longa duração, essa vantagem não será tão relevante assim.

Vale, por fim, ressaltar novamente que o programa não foi desenvolvido para otimizar a alocação de memória. Assim, é provável que o custo de memória necessário seja menor do que o que foi calculado neste trabalho.

Em suma, o método, em ambos os casos, se mostra aplicável em termos de aspectos computacionais.

5 Conclusão

Neste último capítulo, é feita uma breve recapitulação de todo o trabalho desta dissertação. Em seguida, discorre-se sobre as principais contribuições e sobre o cumprimento do objetivo deste trabalho. Na última seção, são feitas algumas sugestões de possibilidades de temas futuros de estudo em assuntos correlatos.

5.1 Recapitulação

Antes de proceder diretamente para as principais conclusões do trabalho, é importante recapitular o problema e o objetivo deste trabalho, que foi apresentado no capítulo 1, na sua seção 1.2. É importante ressaltar que o cumprimento do objetivo não implica na resolução do problema por completo, mas sim que foi cumprido o que o trabalho se propôs a cumprir dentro do contexto maior que é o problema no qual está inserido.

Diversos foram os passos necessários para se cumprir esse objetivo e todos os capítulos mostram a evolução do trabalho. Na seção 2.1 do capítulo 2, foi feita a revisão literária deste trabalho, que subsidiou o mesmo com muitas informações, tanto no sentido de conhecimento do estado da arte, como no sentido de ajudar em pontos técnicos. Nas demais seções, foi feita toda a fundamentação teórica do trabalho, apresentando conceitos da área de FDI/FDIR e Confiabilidade, mostrando e elaborando os modelos de sensores e do bloco de sensores, apresentando e discutindo a filtragem de dados e descrevendo a ideia do *cluster* de sensores e seu próprio algoritmo interno de FDIR.

O capítulo 3 se destinou a apresentar a metodologia utilizada para o levantamento dos resultados, isto é, apresentou como os conceitos do capítulo 2 foram colocados em prática.

O capítulo 4 apresentou a implementação da metodologia na sua seção 4.1. Em seguida, nas suas demais seções, foram apresentados e discutidos os resultados dos algoritmos de detecção e isolamento de falhas. Também foi apresentada uma análise sobre a confiabilidade do sistema. Na seção 4.8, foi mostrada e discutida a aplicação em dados verdadeiros de um ensaio de uma plataforma inercial em um trajeto de montanha russa. Por fim, na seção 4.9, foi feita uma discussão sobre os aspectos computacionais do

programa desenvolvido para o algoritmo deste trabalho.

5.2 Cumprimento do Objetivo e Contribuições

Dos resultados do capítulo 4, percebe-se que o método padrão se mostrou superior aos métodos alternativos propostos, o que é coerente, uma vez que estes visam a solucionar o problema sem os gastos que aquele implica.

Entre os dois métodos apresentados neste trabalho, o método com o quinto sensor auxiliar (com menor qualidade que os quatro sensores principais) se mostrou consideravelmente superior ao método com o *cluster* de sensores (com qualidade ainda menor do que as do quinto sensor auxiliar do outro método), para uma dada restrição de custo, isto é, o valor dos sensores do *cluster* não poderia exceder o valor do quinto sensor auxiliar. Neste caso, o método com o quinto sensor auxiliar foi melhor em diversos aspectos como magnitude de isolamento, taxas de isolações corretas, taxas de isolações erradas e atraso de isolamento.

Ressalta-se aqui que, a afirmação do parágrafo anterior, isto é, a afirmação de que o método com o quinto sensor auxiliar foi melhor do que o método com o *cluster*, não é uma afirmação absoluta. Evidentemente, se o *cluster* puder ter um número indeterminavelmente grande de sensores, o mesmo pode vir a ter um funcionamento de maior qualidade do que o quinto sensor auxiliar. Todavia, tendo em vista os valores utilizados no caso de estudo, o custo do *cluster* se tornaria maior que o custo do quinto sensor auxiliar.

De fato, ambos os métodos apresentados não acrescentam o custo de um sensor adicional de mesma qualidade dos principais. Além disso, ambos conseguem fazer a isolação de falhas. Porém, o método com o quinto sensor auxiliar se mostrou consideravelmente melhor, podendo ser visto como a principal fonte de contribuição do trabalho.

Esse método permite o aumento da confiabilidade de um sistema de navegação inercial puro com redundância mínima, tornando-o mais robusto a falhas, por um custo da ordem de 10% do valor de um sensor adicional de mesma qualidade, que pode ser consideravelmente caro.

5.2.1 Descrição da Aplicação Prática

A fim de tornar mais tangível a aplicação do algoritmo desenvolvido neste trabalho, descreve-se, nesta subseção, exemplos da aplicação do método elaborado neste trabalho.

Vale ressaltar que este trabalho foi feito visando a ser utilizado em sistemas autônomos, sem pilotagem humana, com utilização apenas de sistemas inerciais para a navegação. Esse

tipo de aplicação é mais comum na área militar ou que envolve soberania estratégica.

Um exemplo de aplicação desse tipo, é o uso de um VANT, para realizar reconhecimento de uma determinada área. Considerando uma missão militar na qual um VANT tenha que ir até uma determinada localização, dada em termos de latitude e longitude, para capturar imagens, lançar itens de apoio (como suprimentos) ou mesmo artefatos bélicos, é provável que o sistema não tenha garantido o apoio de um GNSS em sua navegação, tendo que utilizar, basicamente, sensores inerciais e altímetros. Além disso, a pilotagem humana pode ser inviável dependendo do cenário, seja por incapacidade de comunicação, seja por alta chance de sequestro.

Esse sistema, ao realizar sua missão, está sujeito a falhas em seus sensores inerciais. E a falha de um desses sensores, provavelmente, levará a distorção completa de sua trajetória, podendo, inclusive, vir à queda e ser capturado por terceiros hostis.

Com a inserção de um quinto sensor auxiliar no sistema de navegação inercial, a chance de perda da missão pode ser reduzida significativamente com um pequeno aumento de custo. Nesse caso, quando houvesse a falha em um dos sensores utilizados na navegação, o algoritmo de FDI iria atuar de forma a detectar a falha e isolar o sensor defeituoso, retornando o sistema à sua capacidade operacional.

Outra aplicação direta é o caso satélites de baixo custo. Durante a maior parte da sua operação, satélites utilizam outros sensores para manter a sua atitude, em especial sensores de estrelas, de calor ou solar. Porém, por alguns instantes, como em eclipses, os satélites precisam recorrer a seus sensores inerciais para não perderem o controle de atitude. A falha em um dos girômetros nesse período pode levar o satélite a realizar manobras desnecessárias, reduzindo seu ciclo de vida, ou mesmo manobras erradas que podem levar a situações de difícil recuperação.

Assim, com um custo muito menor do que o de um novo sensor, ou mesmo do que o custo de um sensor de estrelas (cujo valor pode ser maior do que US\$ 35.000,00), pode-se atingir uma confiabilidade significativamente maior, por meio de alterações no projeto, evitando a sua perda.

Evidentemente, vale ressaltar que, antes de ser aplicado em um sistema real, o algoritmo FDI precisa ser testado e sintonizado cautelosamente de acordo com a missão, embora o algoritmo em si seja multimissão.

5.2.2 Contribuições

A fim de sumarizar as principais contribuições deste trabalho em forma de tópicos, tem-se:

- O trabalho apresentou duas formas que aumentam a confiabilidade de sistemas inerciais sem o aumento de preço da aquisição de um novo sensor de igual qualidade aos demais.
- As duas formas se mostraram capazes de proporcionar um aumento na confiabilidade. Porém, a forma com um quinto sensor auxiliar com qualidade menor que os sensores principais se mostrou melhor do que a forma com o *cluster* de sensores de qualidade ainda menor.
- A aplicação da metodologia em dados extraídos de um experimento real mostrou que a mesma apresenta vantagens nítidas na manutenção da trajetória calculada pelos sensores.
- A magnitude da falha, junto com o atraso para a sua isolação se mostraram como principais fatores para determinar os erros na trajetória. Por isso, os parâmetros do algoritmo devem ser sintonizados com cautela para cada missão.
- O algoritmo foi desenvolvido de forma independente do modelo do veículo ou dos sensores, sendo completamente adaptável para qualquer conjunto de sensores que meçam uma grandeza vetorial ou para qualquer tipo de veículo que utilize um sistema inercial puro.
- O algoritmo pode ser utilizado em sistemas de navegação que não sejam puramente inerciais, não há restrição quanto a isso. Ainda nesse caso, o algoritmo pode proporcionar ganho de confiabilidade. Todavia, nas situações em que há outros tipos de sensores, é, provavelmente, possível buscar outras soluções mais otimizadas.

5.2.3 Diferentes Sensores ou Diferentes Configurações

É importante esclarecer e responder a seguinte pergunta: “E se fossem usados diferentes sensores?”. Neste caso, é importante dizer que os valores numéricos dos parâmetros dos algoritmos de detecção e isolação (τ ; ϵ ; ϕ e κ), além dos parâmetros do método dos k vizinhos mais próximos do *cluster* (ρ e k). A análise para a busca de valores dos parâmetros seguirá o comportamento analisado neste trabalho, alterando-se, apenas, as escalas dos valores.

Vale também ressaltar que os parâmetros devem ser sintonizados em harmonia com os requisitos de missão, em especial, com os requisitos de confiabilidade do sistema e de falha mínima ou desvio mínimo tolerável.

Assim, o algoritmo é multimissão no sentido de que é capaz de ser replicado com pouquíssimas mudanças entre os diferentes sistemas em que pode ser aplicado. Ainda

assim, é necessário sintonizar os parâmetros de acordo com a realidade e requisitos da missão em questão.

5.3 Trabalhos Futuros

Existem possibilidades de trabalhos futuros em temas correlatos ao deste mestrado, isto é, em estudos de FDI ou FDIR em um sistema de navegação inercial.

Um primeiro caso seria realizar um estudo de FDIR para um sistema de navegação com trajetória de referência pré-definida. Por exemplo, seria o caso de um determinado VANT precisar realizar uma missão seguindo uma trajetória definida, neste caso, talvez seja possível utilizar essa referência de trajetória como um parâmetro para realizar as atividades de FDIR no sistema, isto é, a trajetória poderia ser utilizada como “informação redundante” para além dos quatro sensores. A ideia é que uma falha nos sensores iria levar a um cálculo de trajetória que difere da programada ou iria apresentar respostas incoerentes aos comandos do VANT. De qualquer forma, não seria um estudo simples, mas pode ser útil para estes tipos de missão.

Pensando na implementação deste sistema em um veículo real, o próximo passo seria a implementação deste algoritmo de FDI em um embarcável e realizar testes de bancada do tipo *hardware in the loop* para validação do algoritmo. A realização deste passo é fundamental para a implementação deste sistema em um veículo real.

Uma outra possibilidade de um sistema FDIR em navegação para veículos autônomos seria um sistema que compara os sinais dos sensores inerciais ao ser aplicado determinado sinal de controle do sistema. A ideia seria que cada sinal de controle, em dadas condições, fosse percebido pelos sensores e comparados com casos “padrões”. Caso os sinais dos sensores, em reação aos sinais de controle, não estejam de acordo com os padrões, pode-se indicar uma falha. Este caso envolve o conhecimento da dinâmica do veículo.

Referências

- ARAÚJO, L. M. **Design of a Fault Detection and Identification System for Testing the L75 Liquid Rocket Engine**. 2015. 139 f. Dissertação (Mestrado em Ciências e Tecnologias Espaciais) — Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José dos Campos, SP, Brasil, 2015. Disponível em: <http://www.bdata.bibl.ita.br/tesesdigitais/lista_resumo.php?num_tese=70000>. Acesso em: 31 jan. 2019.
- ARIAS-CASTRO, E.; DONOHO, D. L. Does median filtering truly preserve edges better than linear filtering? In: INSTITUTE OF MATHEMATICAL STATISTICS, 3., 2009. **The Annals of Statistics**. [S.l.]: The Institute of Mathematical Statistics, 2009. p. 1172–1206.
- ASANO, C. H.; COLLI, E. **Cálculo Numérico - Fundamentos e Aplicações**. 1st. ed. São Paulo, Brasil: Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo - IME/USP, 2009.
- BAR-SHALOM, Y.; LI, X.-R.; KIRUBARAJAN, T. **Estimation with Applications to Tracking and Navigation**. 1st. ed. New York, NY, USA: Wiley, 2001.
- BASSEVILLE, M.; NIKIFOROV, I. V. **Detection of Abrupt Changes: Theory and Application**. 1st. ed. Upper Saddle River, NJ, USA: Prentice-Hall, 1993.
- BEN-ISRAEL, A.; GREVILLE, T. N. E. **Generalized Inverses - Theory and Applications**. 2nd. ed. New York, NY, USA: Springer, 2007.
- BITTNER, D.; CHRISTIAN, J.; BISHOP, R.; MAY, D. Fault detection, isolation, and recovery techniques for large clusters of inertial measurement units. **2014 IEEE/ION Position, Location and Navigation Symposium - PLANS 2014 Statistical Science**, n. 14447611, p. 11, maio 2014. Disponível em: <<https://ieeexplore.ieee.org/document/6851379>>. Acesso em: 01 feb. 2019.
- BOULOS, P.; CAMARGO, I. de. **Geometria Analítica - Um tratamento vetorial**. 3rd. ed. São Paulo, Brasil: Pearson, 2004.
- BROWN, L.; CAI, T.; DASGUPTA, A. Interval estimation for a binomial proportion. **Statistical Science**, v. 16, n. doi:10.1214/ss/1009213286, p. 101–133, maio 2001. Disponível em: <<https://projecteuclid.org/euclid.ss/1009213286>>. Acesso em: 18 may. 2018.

CARVAJAL-GODINEZ, J.; GUO, J.; GILL, E. Agent-based algorithm for fault detection and recovery of gyroscope's drift in small satellite missions. **Acta Astronautica, Elsevier**, v. 139, p. 181–188, jul. 2017. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0094576516311572>>. Acesso em: 31 jan. 2019.

CHEN, C.-S.; LIN, J.-M.; LEE, C.-T. Neural network for wgdop approximation and mobile location. **Mathematical Problems in Engineering, Hindawi**, v. 2013, n. 369694, p. 11, jun. 2013. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1155/2013/369694>>. Acesso em: 27 apr. 2018.

CHEN, W.-K. **The Circuits and Filters Handbook - Passive, Active, and Digital Filters**. 3rd. ed. Boca Raton, FL, USA: CRC Press, 2009.

CHUI, C. K. **Wavelet Analysis and Its Applications - Volume 1 - An Introduction to Wavelets**. 2nd. ed. San Diego, California: Academic Press, 1992.

CORMEN, T. H.; LEISERSON, C. E.; RIVEST, R. L.; STEIN, C. **Introduction to Algorithms**. 3rd. ed. London, England: The MIT Press, 2009.

COX, D. R.; HINKLEY, D. V. **Theoretical Statistics**. 1st. ed. London, England: Springer, 1974.

EMCORE: - emcore-hawkeye series eg-120 fog. 2016. Disponível em: <<http://emcore.com/wp-content/uploads/2018/06/EMCORE-HawkeyeTM-EG-120-FOG.pdf>>. Acesso em: 13 apr. 2019.

EMCORE: - emcore-hawkeye eg-1300 lithium-niobate fog. 2016. Disponível em: <<http://emcore.com/wp-content/uploads/2016/02/EMCORE-HawkeyeTM-EG-1300-FOG.pdf>>. Acesso em: 06 apr. 2019.

EMCORE: - commercial pricing for fiber optic gyro components. 2018. Disponível em: <<http://emcore.com/wp-content/uploads/2016/12/EMCORE-Commercial-Pricing-for-FOG-Components.pdf>>. Acesso em: 17 jan. 2019.

EOPORTAL: Electron launcher missions of rocket lab. 2020. Disponível em: <<https://directory.eoportal.org/web/eoportal/satellite-missions/content/-/article/electron-launcher-of-rocket-lab>>. Acesso em: 09 jul. 2020.

FARRELL, J. A. **Aided Navigation - GPS with High Rate Sensors**. 1st. ed. United States of America: MacGraw Hill, 2008.

FARRELL, J. L. **Integrated Aircraft Navigation**. 1st. ed. Baltimore, Maryland: Academic Press, 1976.

FLESHER, D.; ONI, O.; SASSOON, A. **Border Security: Air Team**. Maryland, 2011. Disponível em: <<https://user.eng.umd.edu/~austin/enes489p/projects2011a/BorderSecurity-Air-Team-FinalReport.pdf>>. Acesso em: 09 jul. 2020.

- FRADEN, J. **Handbook of Modern Sensors - Physics, Designs, and Applications**. 4th. ed. New York, NY, USA: Springer, 2010.
- GREWAL, M. S.; WEILL, L. R.; ANDREWS, A. P. **Global Positioning Systems, Inertial Navigation and Integration**. 2nd. ed. Hoboken, New Jersey, USA: Wiley, 2007.
- GROVES, P. D. **Principles of GNSS, Inertial, and Multisensor Integrated Navigation Systems**. 1st. ed. London: Artech House, 2008.
- GUSTAFSSON, F. **Adaptive Filtering and Change Detection**. 1st. ed. Chichester, West Sussex, England: John Wiley & Sons, 2000.
- HUANG, W.; SU, X. Design of a fault detection and isolation system for intelligent vehicle navigation system. **International Journal of Navigation and Observation**, v. 2015, n. 279086, p. 19, jan. 2015. Disponível em: <<https://www.hindawi.com/journals/ijno/2015/279086/>>. Acesso em: 16 may. 2019.
- IAE: - seminário de projetos de pesquisa e desenvolvimento. 2016. Disponível em: <<http://www.iae.cta.br/index.php/sepped-home>>. Acesso em: 17 jan. 2019.
- ISERMANN, R. **Fault-Diagnosis Systems - An Introduction from Fault Detection to Fault Tolerance**. 1st. ed. Berlin: Springer, 2006.
- MANN: Rocket lab poised to provide dedicated launcher for cubesat science. 2017. Disponível em: <<https://www.sciencemag.org/news/2017/12/rocket-lab-poised-provide-dedicated-launcher-cubesat-science>>. Acesso em: 09 jul. 2020.
- MARKLEY, F. L.; CRASSIDIS, J. L. **Fundamentals of Spacecraft Attitude Determination and Control**. 1st. ed. New York, NY, USA: Springer, 2014.
- MERHAV, S. **Aerospace Sensor Systems and Applications**. 1st. ed. Haifa, Israel: Springer, 1996.
- MEYER, R. **Sistema de Detecção e Isolamento de Falhas para Robô Paralelo tipo Plataforma de Stewart**. Trabalho de Conclusão de Curso - Engenharia de Controle e Automação — Escola de Engenharia, Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Porto Alegre, 2017.
- NASA, J. S. C. Fault-detection, fault-isolation and recovery (fdir) techniques - utilize fdir design techniques to provide for safe and maintainable on-orbit systems. p. 29–34, jan. 2000. Acesso em: 01 feb. 2019.
- NASROLAH, S. S.; ABDOLLAHI, F. Sensor fault detection and recovery in satellite attitude control. **Acta Astronautica**, v. 145, p. 275–283, jan. 2018. Disponível em: <<https://www.sciencedirect.com/science/article/pii/S0094576517308044>>. Acesso em: 17 may. 2019.
- NOURELDIN, A.; KARAMAT, T. B.; GEORGY, J. **Fundamentals of Inertial Navigation, Satellite-based Positioning and their Integration**. 1st. ed. Berlin: Springer, 2013.

O'CONNOR, P. D. T.; KLEYNER, A. **Practical Reliability Engineering**. 5th. ed. West Sussex, United Kingdom: Wiley, 2012.

OLIVEIRA Élcio Jeronimo de. **Detecção e Isolação de Falhas em Unidades de Medidas Inerciais com Redundância Mínima de Giros de Fibra Ótica**. 2011. 193 p. Tese (Doutorado em Engenharia e Tecnologia Espaciais/Mecânica Espacial e Controle) — Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais, São José dos Campos, 2011.

OLIVEIRA Élcio Jeronimo de; KUGA, H. K.; FONSECA, I. M. da. Imu fault detection based on χ^2 -cusum. **Hindawi - Mathematical Problems in Engineering**, v. 2012, n. 740752, p. 15, abr. 2012. Disponível em: <<https://www.hindawi.com/journals/mpe/2012/740752>>. Acesso em: 09 jul. 2020.

OLIVEIRA Élcio Jeronimo de; KUGA, H. K.; FONSECA, I. M. da. Fault detection and isolation in inertial measurement units based on χ^2 -cusum and wavelet packet. **Hindawi - Mathematical Problems in Engineering**, v. 2013, n. 869293, p. 10, nov. 2013. Disponível em: <<https://www.hindawi.com/journals/mpe/2013/869293/>>. Acesso em: 09 jul. 2020.

ORMSTON, T.; DENIS, M.; PESCHKE, S. Redundancy or retry? expanding fdir in flight. **SpaceOps 2010 Conference**, n. 2010-1910, p. 9, abr. 2010. Disponível em: <<https://arc.aiaa.org/doi/pdf/10.2514/6.2010-1910>>. Acesso em: 01 feb. 2019.

PEJSA, A. J. Optimum skewed redundant inertial navigators. **AIAA Guidance and Control Conference**, n. 73-850, p. 9, ago. 1973. Disponível em: <<https://arc.aiaa.org/doi/pdf/10.2514/6.1973-850>>. Acesso em: 01 feb. 2019.

PONTUSCHKA, M. N.; FONSECA, I. M. da. Fdir for the imu component of aocs systems. **Mathematical Problems In Engineering, Hindawi**, v. 14, n. 302716, p. 9, 2014. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.1155/2014/302716>>. Acesso em: 31 jan. 2019.

RAMOS, F. O. History and current status of sisnav: a brief report. **VIII Simpósio Brasileiro de Engenharia Inercial, Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais**, p. 10, jun. 2015.

ROSS, T. J. **Fuzzy Logic with Engineering Applications**. 2nd. ed. West Sussex, England: Wiley, 2004.

RUSSEAW, P. J. Robust estimation and identifying outliers. In: **Handbook of Statistical Methods for Engineers and Scientists**. New York, NY, USA: MacGraw Hill, 1990. p. 16.1–16.24.

SALARKALEJI, F.; DAYYANI, A. A survey on fault detection, isolation and recovery (fdir) module in satellite onboard software. **2013 6th International Conference on Recent Advances in Space Technologies (RAST)**, p. 4, jun. 2013. Disponível em: <<https://ieeexplore.ieee.org/document/6581270>>. Acesso em: 01 feb. 2019.

SILICON: Sensing - crs07. 2013. Disponível em: <<https://www.siliconsensing.com/products/gyroscopes/crs07/>>. Acesso em: 19 may. 2019.

SIOURIS, G. M. **Missile Guidance and Control Systems**. 1st. ed. Ohio, United States of America: Springer, 2004.

STARK, H.; WOODS, J. W. **Probability and Random Processes with Applications to Signal Processing**. 3rd. ed. Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, 2002.

STARK, H.; WOODS, J. W. **Probability, Statistics and Random Process for Engineers**. 4th. ed. Upper Saddle River, NJ: Pearson, 2012.

STURZA, M. A. Skewed axis inertial sensor geometry for optimal performance. **Digital Avionics Systems Conference, AIAA**, p. 128–135, out. 1988. Disponível em: <<https://arc.aiaa.org/doi/pdf/10.2514/6.1988-3874>>. Acesso em: 17 jan. 2019.

SUKKARIEH, S.; GIBBENS, P.; GROCHOLSKY, B.; WILLIS, K.; DURANT-WHYTE, H. F. A low-cost, redundant inertial measurement unit for unmanned air vehicles. **The International Journal of Robotics Research**, v. 19, p. 1089–1103, nov. 2000. Disponível em: <<https://doi.org/10.1177/02783640022067995>>. Acesso em: 01 fev. 2019.

USA, D. of D. **Program Acquisition Cost by Weapon System**: United states departmente of defense fiscal year 2017 budget request. Washington D.C., 2016. Disponível em: <https://comptroller.defense.gov/Portals/45/documents/defbudget/FY2017/FY2017_Weapons.pdf>. Acesso em: 09 jul. 2020.

WEN, X.; JI, L.; ZHANG, X.; ZHAO, J. Fault detection and diagnosis in the ins/gps navigation system. **20th International Conference on Information Fusion (Fusion)**, p. 6, ago. 2017. Disponível em: <<https://ieeexplore.ieee.org/document/8009817>>. Acesso em: 15 may. 2019.

Apêndice A - Tópicos Matemáticos

A.1 Inversa de Moore-Penrose

Na Álgebra Linear a matriz pseudo-inversa de uma matriz qualquer \mathbf{A} , denotada aqui nesta DM por \mathbf{A}^+ , é uma generalização da matriz inversa, sendo inclusive por vezes chamadas indevidamente de Inversa Generalizada (o conceito de Inversa-Generalizada não é o mesmo de Pseudo-Inversa). Outra notação comum para a pseudo-inversa é \mathbf{A}^* , mas esta notação por vezes pode confundir com o Hermitiano (Transposto Conjugado) no caso de números complexos. Por sinal, aqui, a notação \mathbf{A}^* significa a matriz hermitiana de \mathbf{A} . O tipo mais conhecido de matriz pseudo-inversa é a Inversa de Moore-Penrose, que será o tipo considerado nesta Dissertação (Ou seja, aqui, Pseudo-Inversa e Inversa de Moore-Penrose serão tratadas como sinônimos). Para escrever esta seção, a principal referência foi (BEN-ISRAEL; GREVILLE, 2007). Vale ressaltar que o principal objetivo desta seção é apresentar o conceito de pseudo-inversa e justificar sua utilização na seção 2.3.

Seja o espaço de matriz denotado por $\mathbf{M}(m, n, K)$ como o espaço vetorial das matrizes de ordem $m \times n$ com elementos pertencentes ao corpo K . Geralmente este corpo é o conjunto dos reais \mathbb{R} ou dos complexos \mathbb{C} . Seja \mathbf{A} uma matriz deste espaço vetorial. Define-se a matriz pseudo-inversa de \mathbf{A} como sendo \mathbf{A}^+ que pertence ao espaço $\mathbf{M}(n, m, K)$ como a matriz que satisfaz os quatro critérios de Moore-Penrose:

- $\mathbf{A}\mathbf{A}^+\mathbf{A} = \mathbf{A}$; $\mathbf{A}\mathbf{A}^+$ não necessariamente é a matriz identidade, mas mapeia as colunas de \mathbf{A} nelas próprias. Uma matriz \mathbf{A}^+ que satisfaz este critério é chamada de Inversa Generalizada.
- $\mathbf{A}^+\mathbf{A}\mathbf{A}^+ = \mathbf{A}^+$; ou seja, \mathbf{A}^+ é uma inversa fraca. Uma matriz que satisfaz este critério e o anterior é chamada de Inversa Generalizada Reflexiva.
- $(\mathbf{A}\mathbf{A}^+)^* = \mathbf{A}\mathbf{A}^+$; isto é, $\mathbf{A}\mathbf{A}^+$ é hermitiana.
- $(\mathbf{A}^+\mathbf{A})^* = \mathbf{A}^+\mathbf{A}$; isto é, $\mathbf{A}^+\mathbf{A}$ é hermitiana.

É dito que \mathbf{A} é hermitiana, quando $\mathbf{A}^* = \mathbf{A}$. Uma matriz \mathbf{B} é inversa fraca de \mathbf{A} quando $\mathbf{B}\mathbf{A}\mathbf{B} = \mathbf{B}$.

A matriz \mathbf{A}^+ sempre existe para qualquer matriz \mathbf{A} . Mas, se \mathbf{A} tiver característica máxima, isto é, $\text{car}(\mathbf{A}) = \min\{m; n\}$, tem-se que a sua pseudo-inversa pode ser escrita de maneira algébrica simplificada. Há 3 casos onde isso ocorre: colunas linearmente independentes, linhas linearmente independentes, quadrada com linhas e colunas linearmente independentes (na verdade, é caso particular dos outros dois).

Se a matriz \mathbf{A} tem colunas linearmente independentes, tem-se por consequência que $\mathbf{A}^*\mathbf{A}$ é inversível. Neste caso, a matriz pseudo-inversa pode ser escrita por:

$$\mathbf{A}^+ = (\mathbf{A}^*\mathbf{A})^{-1}\mathbf{A}^* \quad (\text{A.1})$$

Esta pseudo-inversa é chamada de Inversa Pela Esquerda, pois neste caso: $\mathbf{A}^+\mathbf{A} = \mathbf{I}$

Analogamente, se a matriz \mathbf{A} tem linhas linearmente independentes, tem-se por consequência que $\mathbf{A}\mathbf{A}^*$ é inversível. Assim, a matriz pseudo-inversa pode ser escrita por:

$$\mathbf{A}^+ = \mathbf{A}^*(\mathbf{A}\mathbf{A}^*)^{-1} \quad (\text{A.2})$$

Esta pseudo-inversa é chamada de Inversa Pela Direita, pois neste caso: $\mathbf{A}\mathbf{A}^+ = \mathbf{I}$

Evidentemente, o caso onde \mathbf{A} é quadrada e tem linhas (ou colunas) linearmente independentes, tem-se o caso em que a pseudo-inversa é a própria inversa:

$$\mathbf{A}^+ = \mathbf{A}^{-1} \quad (\text{A.3})$$

Para o caso utilizado na seção 2.3 desta DM, pode-se utilizar o fato de que a matriz em questão \mathbf{H} tem colunas linearmente independentes, pois são cossenos diretores de versores que não são coplanares, ou seja, $\text{car}(\mathbf{H}) = 3$, isto é, tem característica máxima, e no caso, as colunas são linearmente independente (pois há mais linhas que colunas). Ou seja, pode-se utilizar o resultado A.1 e o fato de que ela vai possuir inversa pela esquerda. Isso justifica o passo que foi feito na equação 2.32 na seção 2.3.

Uma propriedade importante da Inversa de Moore-Penrose é que \mathbf{A}^+ sempre existe e, além disso, é única. Ou seja, só há uma matriz que satisfaz os 4 critérios de Moore-Penrose. Matrizes inversas generalizadas e inversas generalizadas reflexivas existem sempre, mas não têm unicidade garantida como a pseudo-inversa. Com essa propriedade, não é necessário se preocupar com a possibilidade de outras matrizes pseudo-inversas, se já foi encontrada uma que satisfaça os 4 critérios.

Outra propriedade relevante é o fato de que, se \mathbf{A} é uma matriz com elementos reais, então a sua pseudo-inversa \mathbf{A}^+ também só terá elementos reais.

Com issos, pode-se compreender e justificar o uso da pseudo-inversa nesta DM.

A.2 Cálculo da Covariância

Esta seção se refere ao cálculo da covariância da estimativa que é feito seção 2.3. Partindo da equação 2.39:

$$\text{Cov}[\hat{\mathbf{a}}] = E [(\hat{\mathbf{a}} - E[\hat{\mathbf{a}}])(\hat{\mathbf{a}} - E[\hat{\mathbf{a}}])^T]$$

Usando a propriedade distributiva:

$$\text{Cov}[\hat{\mathbf{a}}] = E [\hat{\mathbf{a}}\hat{\mathbf{a}}^T - \hat{\mathbf{a}}E[\hat{\mathbf{a}}]^T - E[\hat{\mathbf{a}}]\hat{\mathbf{a}}^T + E[\hat{\mathbf{a}}]E[\hat{\mathbf{a}}]^T]$$

Usando o fato de que o operador $E[\bullet]$ é um operador linear:

$$\text{Cov}[\hat{\mathbf{a}}] = E [\hat{\mathbf{a}}\hat{\mathbf{a}}^T] - E[\hat{\mathbf{a}}]E[\hat{\mathbf{a}}]^T \quad (\text{A.4})$$

Utilizando a equação 2.38, calcula-se o valor esperado:

$$E[\hat{\mathbf{a}}] = E[\mathbf{a} + \mathbf{H}^+\mathbf{S}\mathbf{a} + \mathbf{H}^+\boldsymbol{\nu} + \mathbf{H}^+\mathbf{B}]$$

Da linearidade da esperança:

$$E[\hat{\mathbf{a}}] = E[\mathbf{a}] + E[\mathbf{H}^+\mathbf{S}\mathbf{a}] + E[\mathbf{H}^+\boldsymbol{\nu}] + E[\mathbf{H}^+\mathbf{B}]$$

Tem-se que \mathbf{H}^+ é determinístico, assim como \mathbf{a} e \mathbf{B} (hipótese feita na subseção 2.3.5), ou seja, $E[\mathbf{H}^+] = \mathbf{H}^+$, $E[\mathbf{a}] = \mathbf{a}$ e $E[\mathbf{B}] = \mathbf{B}$. Tem-se que o ruído tem média nula, logo, $E[\boldsymbol{\nu}] = \mathbf{0}$. Tem-se também, por simplificação, que a média de \mathbf{S} é nula, ou seja, $E[\mathbf{S}] = \mathbf{0}$. Disso, chega-se:

$$E[\hat{\mathbf{a}}] = \mathbf{a} + \mathbf{H}^+\mathbf{B} \quad (\text{A.5})$$

Substituindo A.5 no segundo termo da equação A.4, tem-se:

$$E[\hat{\mathbf{a}}]E[\hat{\mathbf{a}}]^T = (\mathbf{a} + \mathbf{H}^+\mathbf{B})(\mathbf{a} + \mathbf{H}^+\mathbf{B})^T$$

$$E[\hat{\mathbf{a}}]E[\hat{\mathbf{a}}]^T = \mathbf{X}\mathbf{a}^T + \mathbf{a}(\mathbf{H}^+\mathbf{B})^T + (\mathbf{H}^+\mathbf{B})\mathbf{a}^T + (\mathbf{H}^+\mathbf{B})(\mathbf{H}^+\mathbf{B})^T \quad (\text{A.6})$$

Agora, para calcular o primeiro termo da equação A.4:

$$E [\hat{\mathbf{a}}\hat{\mathbf{a}}^T] = E \left[(\mathbf{a} + \mathbf{H}^+\mathbf{S}\mathbf{a} + \mathbf{H}^+\boldsymbol{\nu} + \mathbf{H}^+\mathbf{B}) (\mathbf{a} + \mathbf{H}^+\mathbf{S}\mathbf{a} + \mathbf{H}^+\boldsymbol{\nu} + \mathbf{H}^+\mathbf{B})^T \right]$$

Utilizando a propriedade distributiva e os fatos de que $E[\mathbf{S}] = \mathbf{0}$, $E[\boldsymbol{\nu}] = \mathbf{0}$, $E[\boldsymbol{\nu}\boldsymbol{\nu}^T] = Cov[\boldsymbol{\nu}]$, chega-se em:

$$E [\hat{\mathbf{a}}\hat{\mathbf{a}}^T] = \mathbf{a}\mathbf{a}^T + \mathbf{a} (\mathbf{H}^+\mathbf{B})^T + \mathbf{H}^+ E [\boldsymbol{\nu}\boldsymbol{\nu}^T] \mathbf{H}^{+T} + \mathbf{H}^+\mathbf{B}\mathbf{a}^T + \mathbf{H}^+\mathbf{B} (\mathbf{H}^+\mathbf{B})^T \quad (\text{A.7})$$

Substituindo A.6 e A.7 em A.4, tem-se:

$$Cov[\hat{\mathbf{a}}] = \mathbf{H}^+ \cdot Cov[\boldsymbol{\nu}] \cdot \mathbf{H}^{+T} \quad (\text{A.8})$$

A equação A.8 é exatamente da equação 2.40, que se queria chegar.

É possível partindo da equação A.8 chegar no termo que aparece dentro da raiz do GDOP. No caso do GDOP, considera-se que a matriz de covariância é diagonal com todos os termos iguais, isto é: $Cov[\boldsymbol{\nu}] = \sigma \cdot \mathbf{I}$. Assim, substituindo na equação A.8 e substituindo a pseudo-inversa \mathbf{H}^+ pela expressão dada em A.1, tem-se:

$$Cov[\boldsymbol{\nu}] = (\mathbf{H}^T\mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^T \cdot \sigma\mathbf{I} \cdot \mathbf{H} (\mathbf{H}^T\mathbf{H})^{-T}$$

$$Cov[\boldsymbol{\nu}] = \sigma (\mathbf{H}^T\mathbf{H})^{-1} \mathbf{H}^T \cdot \mathbf{H} (\mathbf{H}^T\mathbf{H})^{-T}$$

$$Cov[\boldsymbol{\nu}] = \sigma (\mathbf{H}^T\mathbf{H})^{-T}$$

Como o produto de uma matriz pela sua transposta é sempre simétrico, e a matriz inversa de uma simétrica também é sempre simétrica, então é possível suprimir a última transposição, o que resulta em:

$$Cov[\boldsymbol{\nu}] = \sigma (\mathbf{H}^T\mathbf{H})^{-1} \quad (\text{A.9})$$

Que é o termo de dentro da raiz do GDOP. Quanto menor o seu traço, menor são as variâncias da estimativa. Lembrando que em uma matriz de covariância os elementos da diagonal principal são as variâncias.

A.3 Equação de Navegação

Conforme dito na seção 4.8, as equações de navegação utilizadas na reconstrução da trajetória foram as seguintes equações diferenciais:

$$\dot{V}_N = A_{sp,N} + \frac{V_N}{R_N + h} V_D - \left(2\Omega \text{sen} \lambda + \frac{V_E}{R_E + h} \tan \lambda \right) V_E \quad (\text{A.10})$$

$$\dot{V}_D = A_{sp,E} + \left(2\Omega \text{sen} \lambda + \frac{V_E}{R_E + h} \tan \lambda \right) V_N + \left(2\Omega \cos \lambda + \frac{V_E}{R_E + h} \tan \lambda \right) V_D \quad (\text{A.11})$$

$$\dot{V}_D = A_{sp,D} - \left(2\Omega \cos \lambda + \frac{V_E \cdot \tan \lambda}{R_E + h} \right) V_E - \frac{V_N^2}{R_N + h} + \frac{g_0}{R_e} (1 + 0,0053 \cdot \text{sen}^2 \lambda) (R_e - 2h) \quad (\text{A.12})$$

$$\dot{\lambda} = \frac{V_N}{R_N + h} \quad (\text{A.13})$$

$$\dot{\Lambda} = \frac{V_E}{(R_E + h) \cos \lambda} \quad (\text{A.14})$$

$$\dot{h} = -V_D \quad (\text{A.15})$$

$$\dot{\mathbf{q}}_B^{NED} = \frac{1}{2} \left(\begin{bmatrix} 0 & -(\boldsymbol{\omega}_B^{BI})^T \\ \boldsymbol{\omega}_B^{BI} & -\boldsymbol{\Omega}_B^{BI} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & (\boldsymbol{\omega}_{NED}^{NEDI})^T \\ -\boldsymbol{\omega}_{NED}^{NEDI} & -\boldsymbol{\Omega}_{NED}^{NEDI} \end{bmatrix} \right) \mathbf{q}_B^{NED} \quad (\text{A.16})$$

Nessas equações, V_N , V_E e V_D são as velocidades no sistema NED, do inglês *North*, *East*, *Down*, ou seja, Norte, Leste e para Baixo. h representa a altitude. λ e Λ representam a latitude e a longitude, respectivamente. $A_{sp,N}$, $A_{sp,E}$ e $A_{sp,D}$ são as medidas dos acelerômetros no sistema NED. Ω é a velocidade angular de rotação da Terra que vale, aproximadamente $4,18 \cdot 10^{-3}$ °/s. Tem-se ainda que g_0 é a gravidade ao longo da linha do equador no nível do mar, e vale $g_0 = 9,78 \text{ m/s}^2$.

Ainda, R_E , R_N e R_e são dados por:

$$R_E = R_0 * (1 + e \cdot \text{sen}^2 \lambda)$$

$$R_N = R_0 * [1 - e(2 - 3 \cdot \text{sen}^2 \lambda)]$$

$$R_e = R_0 * (1 - e \cdot \text{sen}^2 \lambda)$$

Sendo $R_0 = 6378 \text{ km}$ o raio da Terra; e o termo e é o achatamento do modelo de elipsoide escolhido para modelar a Terra (WGS-84), e vale, $e = 3,35 \cdot 10^{-3}$. R_E e R_N representam os raios de curvatura ao percorrer na direção leste-oeste e na direção norte-sul, respectivamente.

Por fim, a equação A.16 é a equação que trata da atitude do sistema. A mesma é uma equação que utiliza a álgebra de quaternions, relativamente comum em navegação. Os quaternions são utilizados para fazer a mudança de um sistema para outro, da mesma forma que as matrizes de rotação. Nessa equação, o quaternion $\dot{\mathbf{q}}_B^{NED}$ faz a rotação entre o sistema do corpo e o sistema NED. O sistema do corpo é o sistema no qual o algoritmo de FDI trabalha, conforme dito no capítulo 2.

A matriz Ω_B^{BI} é dada por:

$$\Omega_B^{BI} = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_{zB}^{BI} & \omega_{yB}^{BI} \\ \omega_{zB}^{BI} & 0 & -\omega_{xB}^{BI} \\ -\omega_{yB}^{BI} & \omega_{xB}^{BI} & 0 \end{bmatrix}$$

A notação é a mesma apresentada no capítulo 2, na subseção 2.3.2 e significa, por exemplo, que ω_{zB}^{BI} representa a componente do eixo z da velocidade angular entre o sistema do corpo e o sistema inercial, escrita na base do corpo. A matriz Ω_{NED}^{NEDI} é análoga. Mas o vetor ω_{NED}^{NEDI} é computado por:

$$\omega_{NED}^{NEDI} = \left[(\Omega + \dot{\lambda}) \cos \lambda \quad -\dot{\lambda} \quad -(\Omega + \dot{\lambda} \cdot \text{sen} \lambda) \right]^T$$

Esse conjunto de equações diferenciais é integrado pelo Método de Runge-Kutta de 4ª Ordem com passo fixo de integração de $0,01 \text{ s}$, que é o intervalo de medição dos sensores utilizados. Mais detalhes sobre navegação podem ser encontrados em Farrell (1976), Grewal *et al.* (2007), Groves (2008), Farrell (2008) e Noureldin *et al.* (2013). O método de Runge-Kutta, utilizado para o cálculo numérico pode ser estudado com mais detalhes em Asano e Colli (2009).

Anexo A - Tabelas e Gráficos

A.1 Resultados da Detecção da Falha Degrau

Os resultados mencionados na subsecção 4.2.2 estão presentes na seguintes tabelas (de A.1 a A.4):

TABELA A.1 – Desempenho da Detecção da Falha Degrau para $\tau = 10 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ/s$.

Tolerância $10 \cdot 10^{-5}$							
Magnitude ($^\circ/s$)	$10^5 \cdot \text{mag}$	Taxa de Detecção	ICP mínimo	ICP máximo	Atraso Médio (s)	Desvio Atraso (s)	
0,0005	50	100,00%	98,78%	100,00%	0,0300	0,0000	
0,0003	30	100,00%	98,78%	100,00%	0,0300	0,0000	
0,0001	10	100,00%	98,78%	100,00%	0,0516	0,0037	
0,00009	9	100,00%	98,78%	100,00%	0,1091	0,7195	
0,00008	8	93,67%	90,29%	96,14%	1,0624	3,6682	
0,000075	7,5	75,33%	70,05%	80,11%	2,6865	6,0950	
0,00007	7	40,33%	34,74%	46,12%	6,4253	9,7601	
0,000065	6,5	15,53%	11,45%	19,92%	9,1289	11,4515	
0,00006	6	3,00%	1,38%	5,62%	11,3533	12,6022	
0,000055	5,5	0,00%	0,00%	1,22%	NA	NA	
0,00005	5	0,00%	0,00%	1,22%	NA	NA	
0,000045	4,5	0,00%	0,00%	1,22%	NA	NA	

TABELA A.2 – Desempenho da Detecção da Falha Degrau para $\tau = 8 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ/s$.

Tolerância $8 \cdot 10^{-5}$							
Magnitude ($^\circ/s$)	$10^5 \cdot \text{mag}$	Taxa de Detecção	ICP mínimo	ICP máximo	Atraso Médio (s)	Desvio Atraso (s)	
0,0003	30	100,00%	98,78%	100,00%	0,0300	0,0000	
0,0001	10	100,00%	98,78%	100,00%	0,0445	0,0050	
0,00009	9	100,00%	98,78%	100,00%	0,0486	0,0038	
0,00008	8	100,00%	98,78%	100,00%	0,0523	0,0090	
0,000075	7,5	99,67%	98,16%	100,00%	0,0781	0,2301	
0,00007	7	99,67%	98,16%	100,00%	0,3450	2,3169	
0,000065	6,5	99,67%	98,16%	99,99%	1,0010	3,1639	
0,00006	6	85,00%	80,45%	88,84%	3,0788	7,3184	
0,000055	5,5	53,00%	47,18%	58,76%	5,2158	8,9042	
0,00005	5	22,67%	18,05%	27,83%	9,4504	10,6639	
0,000045	4,5	3,67%	1,84%	6,47%	6,7273	7,2381	
0,00004	4	0,00%	0,00%	1,22%	NA	NA	
0,000035	3,5	0,00%	0,00%	1,22%	NA	NA	
0,00003	3	0,00%	0,00%	1,22%	NA	NA	

TABELA A.3 – Desempenho da Detecção da Falha Degrau para $\tau = 6 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ/\text{s}$.

Tolerância $6 \cdot 10^{-5}$						
Magnitude ($^\circ/\text{s}$)	$10^5 \cdot \text{mag}$	Taxa de Detecção	ICP mínimo	ICP máximo	Atraso Médio (s)	Desvio Atraso (s)
0,00008	8	100,00%	98,78%	100,00%	0,0426	0,0044
0,000075	7,5	100,00%	98,78%	100,00%	0,0443	0,0051
0,00007	7	100,00%	98,78%	100,00%	0,0460	0,0051
0,000065	6,5	100,00%	98,78%	100,00%	0,0493	0,0060
0,00006	6	100,00%	98,78%	100,00%	0,0572	0,0341
0,000055	5,5	99,33%	97,61%	99,92%	0,1038	0,2473
0,00005	5	99,00%	97,11%	99,79%	0,7501	2,7389
0,000045	4,5	88,33%	84,15%	91,74%	1,2957	3,3039
0,00004	4	60,33%	54,55%	65,91%	5,3193	8,3835
0,000035	3,5	30,00%	24,87%	35,53%	8,397	10,61
0,00003	3	6,33%	3,86%	9,71%	12,1637	13,0679
0,000025	2,5	1,00%	0,21%	2,89%	9,4667	7,9473
0,00002	2	0,00%	0,00%	1,22%	NA	NA
0,000015	1,5	0,00%	0,00%	1,22%	NA	NA
0,00001	1	0,00%	0,00%	1,22%	NA	NA
0,000003	0,3	0,00%	0,00%	1,22%	NA	NA

TABELA A.4 – Desempenho da Detecção da Falha Degrau para $\tau = 4 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ/\text{s}$.

Tolerância $4 \cdot 10^{-5}$						
Magnitude ($^\circ/\text{s}$)	$10^5 \cdot \text{mag}$	Taxa de Detecção	ICP mínimo	ICP máximo	Atraso Médio (s)	Desvio Atraso (s)
0,00006	6	100,00%	98,78%	100,00%	0,0409	0,0035
0,000055	5,5	100,00%	98,78%	100,00%	0,0426	0,0046
0,00005	5	100,00%	98,78%	100,00%	0,0453	0,0057
0,000045	4,5	100,00%	98,78%	100,00%	0,0504	0,0156
0,00004	4	100,00%	98,78%	100,00%	0,099	0,264143847
0,000035	3,5	99,33%	97,61%	99,92%	0,3218	1,35242471
0,00003	3	91,67%	87,94%	94,53%	0,7955	2,583766135
0,000025	2,5	65,67%	59,99%	71,03%	2,9332	5,889462609
0,00002	2	34,00%	28,65%	39,67%	5,5517	8,49118857
0,000015	1,5	12,67%	9,12%	16,97%	9,4618	12,17
0,00001	1	2,00%	0,74%	4,30%	1,69	1,7051
0,000005	0,5	0,33%	0,01%	1,84%	21,57	NA
0,000003	0,3	0	0	0,0122	NA	NA

A.2 Resultados da Detecção da Falha Degrau

Os resultados mencionados na subsecção 4.2.3 estão presentes na seguintes tabelas (de A.5 a A.8):

TABELA A.5 – Desempenho da Detecção da Falha Rampa para $\tau = 10 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ/\text{s}$.

Tolerância $10 \cdot 10^{-5}$				
Inclinação ($^\circ/\text{s}^2$)	Magnitude Média Detec.	Atraso Médio (s)	Desvio Atraso (s)	
1,00E-01	3,00E-03	3,00E-02	7,12E-14	
1,00E-02	5,00E-04	5,00E-02	8,90E-14	
5,00E-03	3,00E-04	6,00E-02	4,98E-14	
3,00E-03	2,12E-04	7,07E-02	2,61E-03	
1,00E-03	1,26E-04	1,26E-01	7,25E-03	
5,00E-04	1,04E-04	2,08E-01	1,33E-02	
3,00E-04	9,49E-05	3,16E-01	2,11E-02	
1,00E-04	8,68E-05	8,68E-01	6,12E-02	
5,00E-05	8,26E-05	1,65E+00	1,24E-01	
3,00E-05	8,09E-05	2,70E+00	2,04E-01	
1,00E-05	7,80E-05	7,80E+00	5,88E-01	

TABELA A.6 – Desempenho da Detecção da Falha Rampa para $\tau = 8 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ/\text{s}$.

Tolerância $8 \cdot 10^{-5}$				
Inclinação ($^\circ/\text{s}^2$)	Magnitude Média Detec.	Atraso Médio (s)	Desvio Atraso (s)	
1,00E-01	3,00E-03	3,00E-02	7,12E-14	
1,00E-02	5,00E-04	5,00E-02	5,77E-04	
5,00E-03	2,98E-04	5,95E-02	2,11E-03	
3,00E-03	2,05E-04	6,82E-02	3,82E-03	
1,00E-03	1,11E-04	1,11E-01	6,47E-03	
5,00E-04	8,78E-05	1,76E-01	1,24E-02	
3,00E-04	7,88E-05	2,63E-01	2,19E-02	
1,00E-04	6,90E-05	6,90E-01	6,06E-02	
5,00E-05	6,67E-05	1,33E+00	1,21E-01	
3,00E-05	6,47E-05	2,16E+00	2,01E-01	
1,00E-05	6,21E-05	6,21E+00	6,16E-01	

TABELA A.7 – Desempenho da Detecção da Falha Rampa para $\tau = 6 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ/\text{s}$.

Tolerância $6 \cdot 10^{-5}$			
Inclinação ($^\circ/\text{s}^2$)	Magnitude Média Detec.	Atraso Médio (s)	Desvio Atraso (s)
1,00E-01	3,00E-03	3,00E-02	7,12E-14
1,00E-02	4,78E-04	4,78E-02	4,15E-03
5,00E-03	2,58E-04	5,17E-02	3,73E-03
3,00E-03	1,81E-04	6,02E-02	1,51E-03
1,00E-03	9,37E-05	9,37E-02	6,65E-03
5,00E-04	7,16E-05	1,43E-01	1,29E-02
3,00E-04	6,22E-05	2,07E-01	2,14E-02
1,00E-04	5,39E-05	5,39E-01	6,16E-02
5,00E-05	4,97E-05	9,93E-01	1,24E-01
3,00E-05	4,84E-05	1,61E+00	2,08E-01
1,00E-05	4,60E-05	4,60E+00	5,97E-01

TABELA A.8 – Desempenho da Detecção da Falha Rampa para $\tau = 4 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ/\text{s}$.

Tolerância $4 \cdot 10^{-5}$			
Inclinação ($^\circ/\text{s}^2$)	Magnitude Média Detec.	Atraso Médio (s)	Desvio Atraso (s)
1,00E-01	3,00E-03	3,00E-02	7,12E-14
1,00E-02	4,03E-04	4,03E-02	1,81E-03
5,00E-03	2,48E-04	4,96E-02	1,88E-03
3,00E-03	1,63E-04	5,42E-02	4,95E-03
1,00E-03	7,75E-05	7,75E-02	7,26E-03
5,00E-04	5,50E-05	1,10E-01	1,30E-02
3,00E-04	4,69E-05	1,56E-01	2,12E-02
1,00E-04	3,67E-05	3,67E-01	6,15E-02
5,00E-05	3,41E-05	6,83E-01	1,27E-01
3,00E-05	3,17E-05	1,06E+00	2,09E-01
1,00E-05	2,94E-05	2,94E+00	6,09E-01

A.3 Resultados da Isolação da Falha Degrau - Método do Sensor Auxiliar

Os resultados mencionados na subsecção 4.3.2 estão presentes na seguintes tabelas (de A.9 a A.13):

TABELA A.9 – Desempenho da Isolação da Falha Degrau para $\kappa = 10$; $\phi = 0,0125^\circ/s$ e $\epsilon = 0,0125^\circ/s$, com o quinto sensor auxiliar.

Isolações ($\kappa=10$; $\epsilon=0,0125^\circ/s$; $\Phi=0,0125^\circ/s$)						
Magn. da Falha($^\circ/s$)	Isolações Certas	ICP Mínimo	ICP Máximo	Isolações Erradas	Atraso Médio (s)	Desvio Atraso (s)
0,5000	100,00%	98,78%	100,00%	0,00%	0,12000	0,0000
0,2500	100,00%	98,78%	100,00%	0,00%	0,12000	0,0000
0,1000	100,00%	98,78%	100,00%	0,00%	0,12023	0,0015
0,0750	100,00%	98,78%	100,00%	0,00%	0,12257	0,0044
0,0500	100,00%	98,78%	100,00%	0,00%	0,13743	0,0044
0,0250	100,00%	98,78%	100,00%	0,00%	0,13247	0,0043
0,0100	98,00%	95,70%	99,26%	0,00%	0,21503	0,5946
0,0075	72,67%	67,25%	77,63%	27,33%	0,31853	0,3438
0,0050	0,00%	0,00%	1,22%	93,33%	NA	NA
0,0025	0,00%	0,00%	1,22%	0,00%	NA	NA
0,0010	0,00%	0,00%	1,22%	0,00%	NA	NA

TABELA A.10 – Desempenho da Isolação da Falha Degrau para $\kappa = 10$; $\phi = 0,0125^\circ/s$ e $\epsilon = 0,0100^\circ/s$, com o quinto sensor auxiliar.

Isolações ($\kappa=10$; $\epsilon=0,0100^\circ/s$; $\Phi=0,0125^\circ/s$)						
Magn. da Falha($^\circ/s$)	Isolações Certas	ICP Mínimo	ICP Máximo	Isolações Erradas	Atraso Médio (s)	Desvio Atraso (s)
0,5000	100,00%	98,78%	100,00%	0,00%	0,12000	0,0000
0,2500	100,00%	98,78%	100,00%	0,00%	0,12000	0,0000
0,1000	100,00%	98,78%	100,00%	0,00%	0,12003	0,0006
0,0750	100,00%	98,78%	100,00%	0,00%	0,12100	0,0030
0,0500	100,00%	98,78%	100,00%	0,00%	0,12980	0,0014
0,0250	100,00%	98,78%	100,00%	0,00%	0,13090	0,0029
0,0100	100,00%	98,78%	100,00%	0,00%	0,16693	0,2927
0,0075	84,33%	79,72%	88,26%	15,67%	0,20783	0,1407
0,0050	4,67%	2,57%	7,71%	85,67%	10,98429	8,1452
0,0025	0,00%	0,00%	1,22%	0,67%	NA	NA
0,0010	0,00%	0,00%	1,22%	0,00%	NA	NA

TABELA A.11 – Desempenho da Isolação da Falha Degrau para $\kappa = 10$; $\phi = 0,0125$ °/s e $\epsilon = 0,0075$ °/s, com o quinto sensor auxiliar.

Isolações ($\kappa=10$; $\epsilon=0,0075$ °/s; $\Phi=0,0125$ °/s)						
Magn. da Falha(°/s)	Isolações Certas	ICP Mínimo	ICP Máximo	Isolações Erradas	Atraso Médio (s)	Desvio Atraso (s)
0,5000	100,00%	98,78%	100,00%	0,00%	0,12000	0,0000
0,2500	100,00%	98,78%	100,00%	0,00%	0,12000	0,0000
0,1000	100,00%	98,78%	100,00%	0,00%	0,12000	0,0000
0,0750	100,00%	98,78%	100,00%	0,00%	0,12017	0,0013
0,0500	100,00%	98,78%	100,00%	0,00%	0,13023	0,0040
0,0250	100,00%	98,78%	100,00%	0,00%	0,13033	0,0042
0,0100	100,00%	98,78%	100,00%	0,00%	0,14693	0,0047
0,0075	97,67%	95,25%	99,06%	0,00%	0,30311	0,5322
0,0050	7,67%	4,92%	11,28%	0,00%	10,61304	10,7767
0,0025	0,00%	0,00%	1,22%	0,33%	NA	NA
0,0010	0,00%	0,00%	1,22%	0,00%	NA	NA

TABELA A.12 – Desempenho da Isolação da Falha Degrau para $\kappa = 10$; $\phi = 0,0125$ °/s e $\epsilon = 0,0050$ °/s, com o quinto sensor auxiliar.

Isolações ($\kappa=10$; $\epsilon=0,0050$ °/s; $\Phi=0,0125$ °/s)						
Magn. da Falha(°/s)	Isolações Certas	ICP Mínimo	ICP Máximo	Isolações Erradas	Atraso Médio (s)	Desvio Atraso (s)
0,5000	100,00%	98,78%	100,00%	0,00%	0,12743	0,0482
0,2500	100,00%	98,78%	100,00%	0,00%	0,12460	0,0334
0,1000	100,00%	98,78%	100,00%	0,00%	0,12437	0,0204
0,0750	100,00%	98,78%	100,00%	0,00%	0,12850	0,0658
0,0500	100,00%	98,78%	100,00%	0,00%	0,13337	0,0167
0,0250	100,00%	98,78%	100,00%	0,00%	0,13613	0,0372
0,0100	100,00%	98,78%	100,00%	0,00%	0,15123	0,0265
0,0075	99,33%	97,61%	99,92%	0,00%	0,49409	1,6662
0,0050	0,00%	0,00%	1,22%	0,00%	NA	NA
0,0025	0,00%	0,00%	1,22%	0,00%	NA	NA
0,0010	0,00%	0,00%	1,22%	0,00%	NA	NA

TABELA A.13 – Desempenho da Isolação da Falha Degrau para $\kappa = 10$; $\phi = 0,0125$ °/s e $\epsilon = 0,0025$ °/s, com o quinto sensor auxiliar.

Isolações ($\kappa=10$; $\epsilon=0,0025$ °/s; $\Phi=0,0125$ °/s)						
Magn. da Falha(°/s)	Isolações Certas	ICP Mínimo	ICP Máximo	Isolações Erradas	Atraso Médio (s)	Desvio Atraso (s)
0,5000	100,00%	98,78%	100,00%	0,00%	0,37990	1,0878
0,2500	99,67%	98,16%	99,99%	0,00%	0,29033	0,8837
0,1000	99,00%	97,11%	99,79%	0,00%	0,34990	1,3182
0,0750	99,67%	98,16%	99,99%	0,00%	0,49916	2,2137
0,0500	100,00%	98,78%	100,00%	0,00%	0,34477	1,2549
0,0250	100,00%	98,78%	100,00%	0,00%	0,36100	0,8364
0,0100	99,33%	97,61%	99,92%	0,00%	0,52148	2,3973
0,0075	99,33%	97,61%	99,92%	0,00%	0,76701	2,5685
0,0050	0,00%	0,00%	1,22%	0,00%	NA	NA
0,0025	0,00%	0,00%	1,22%	0,00%	NA	NA
0,0010	0,00%	0,00%	1,22%	0,00%	NA	NA

A.4 Resultados da Isolação da Falha Rampa - Método do Sensor Auxiliar

Os resultados mencionados na subsecção 4.3.3 estão presentes na seguintes tabelas (de A.14 a A.19):

TABELA A.14 – Desempenho da Isolação da Falha Rampa para $\kappa = 10$; $\phi = 0,0125$ °/s e $\epsilon = 0,0125$ °/s, com o quinto sensor auxiliar.

Isolações ($\kappa=10$; $\epsilon=0,0125$ °/s; $\Phi=0,0125$ °/s)								
Inclinação (°/s ²)	Magn. na Isolação (°/s)	Iso. Certas	ICP Mínimo	ICP Máximo	Iso. Erradas	Atraso Médio (s)	Desvio Atraso (s)	
1,00E-01	0,0218	100,00%	98,78%	100,00%	0,00%	0,21813	0,01261	
1,00E-02	0,0104	26,33%	21,44%	31,70%	73,67%	1,04291	0,12943	
5,00E-03	0,0115	2,67%	1,16%	5,19%	97,33%	2,29500	0,15748	
3,00E-03	0,0109	0,67%	0,08%	2,39%	99,33%	3,64500	0,48790	
1,00E-03	NA	0,00%	0,00%	1,22%	100,00%	NA	NA	NA
5,00E-04	NA	0,00%	0,00%	1,22%	100,00%	NA	NA	NA
3,00E-04	NA	0,00%	0,00%	1,22%	100,00%	NA	NA	NA
1,00E-04	NA	0,00%	0,00%	1,22%	100,00%	NA	NA	NA
5,00E-05	NA	0,00%	0,00%	1,22%	100,00%	NA	NA	NA
3,00E-05	NA	0,00%	0,00%	1,22%	100,00%	NA	NA	NA

TABELA A.15 – Desempenho da Isolação da Falha Rampa para $\kappa = 10$; $\phi = 0,0125$ °/s e $\epsilon = 0,0100$ °/s, com o quinto sensor auxiliar.

Isolações ($\kappa=10$; $\epsilon=0,0100$ °/s; $\Phi=0,0125$ °/s)								
Inclinação (°/s ²)	Magn. na Isolação (°/s)	Iso. Certas	ICP Mínimo	ICP Máximo	Iso. Erradas	Atraso Médio (s)	Desvio Atraso (s)	
1,00E-01	0,02070	100,00%	98,78%	100,00%	0,00%	0,20700	0,00799	
1,00E-02	0,00854	95,33%	92,29%	97,43%	4,67%	0,85434	0,08268	
5,00E-03	0,00800	85,33%	80,82%	89,14%	14,67%	1,59922	0,16003	
3,00E-03	0,00781	68,00%	62,40%	73,24%	32,00%	2,60275	0,23149	
1,00E-03	0,00759	46,67%	40,91%	52,49%	53,33%	7,58879	0,66681	
5,00E-04	0,00741	28,67%	23,62%	34,14%	71,33%	14,81395	0,87023	
3,00E-04	0,00730	19,67%	15,32%	24,62%	80,33%	24,33119	0,71908	
1,00E-04	0,00725	11,67%	8,26%	15,85%	88,33%	72,52343	1,41900	
5,00E-05	0,00717	5,33%	3,08%	8,52%	94,67%	143,49125	2,27909	
3,00E-05	0,00719	7,00%	4,39%	10,50%	93,00%	239,56762	4,57340	

TABELA A.16 – Desempenho da Isolação da Falha Rampa para $\kappa = 10$; $\phi = 0,0125$ °/s e $\epsilon = 0,0075$ °/s, com o quinto sensor auxiliar.

Isolações ($\kappa=10$; $\epsilon=0,0075$ °/s; $\Phi=0,0125$ °/s)								
Inclinação (°/s ²)	Magn. na Isolação (°/s)	Iso. Certas	ICP Mínimo	ICP Máximo	Iso. Erradas	Atraso Médio (s)	Desvio Atraso (s)	
1,00E-01	0,02046	100,00%	98,78%	100,00%	0,00%	0,20457	0,00719	
1,00E-02	0,00827	100,00%	98,78%	100,00%	0,00%	0,82703	0,07010	
5,00E-03	0,00762	100,00%	98,78%	100,00%	0,00%	1,52397	0,12152	
3,00E-03	0,00735	100,00%	98,78%	100,00%	0,00%	2,44873	0,20879	
1,00E-03	0,00696	100,00%	98,78%	100,00%	0,00%	6,96080	0,64943	
5,00E-04	0,00681	97,33%	94,81%	98,84%	2,67%	13,62425	1,23223	
3,00E-04	0,00664	98,00%	95,70%	99,26%	2,00%	22,14541	1,98458	
1,00E-04	0,00650	98,00%	95,70%	99,26%	2,00%	64,99622	5,69965	
5,00E-05	0,00636	97,33%	94,81%	98,84%	2,67%	127,27075	11,92604	
3,00E-05	0,00640	96,33%	93,53%	98,16%	3,67%	213,36758	19,25137	

TABELA A.17 – Desempenho da Isolação da Falha Rampa para $\kappa = 10$; $\phi = 0,0125$ °/s e $\epsilon = 0,0050$ °/s, com o quinto sensor auxiliar.

Isolações ($\kappa=10$; $\epsilon=0,0050$ °/s; $\Phi=0,0125$ °/s)							
Inclinação (°/s ²)	Magn. na Isolação (°/s)	Iso. Certas	ICP Mínimo	ICP Máximo	Iso. Erradas	Atraso Médio (s)	Desvio Atraso (s)
1,00E-01	0,02111	100,00%	98,78%	100,00%	0,00%	0,21110	0,04552
1,00E-02	0,00842	100,00%	98,78%	100,00%	0,00%	0,84187	0,05710
5,00E-03	0,00767	100,00%	98,78%	100,00%	0,00%	1,53457	0,10850
3,00E-03	0,00738	100,00%	98,78%	100,00%	0,00%	2,46140	0,20019
1,00E-03	0,00698	100,00%	98,78%	100,00%	0,00%	6,98117	0,60806
5,00E-04	0,00685	99,00%	97,11%	99,79%	1,00%	13,70468	1,18666
3,00E-04	0,00666	99,67%	98,16%	99,99%	0,33%	22,21140	1,92915
1,00E-04	0,00648	100,00%	98,78%	100,00%	0,00%	64,79273	5,95310
5,00E-05	0,00640	100,00%	98,78%	100,00%	0,00%	128,01330	11,87493
3,00E-05	0,00631	100,00%	98,78%	100,00%	0,00%	210,38390	19,25137

TABELA A.18 – Desempenho da Isolação da Falha Rampa para $\kappa = 10$; $\phi = 0,0125$ °/s e $\epsilon = 0,0025$ °/s, com o quinto sensor auxiliar.

Isolações ($\kappa=10$; $\epsilon=0,0025$ °/s; $\Phi=0,0125$ °/s)							
Inclinação (°/s ²)	Magn. na Isolação (°/s)	Iso. Certas	ICP Mínimo	ICP Máximo	Iso. Erradas	Atraso Médio (s)	Desvio Atraso (s)
1,00E-01	0,05991	100,00%	98,16%	99,99%	0,00%	0,59906	2,91777
1,00E-02	0,01122	100,00%	97,61%	99,92%	0,00%	1,12238	2,26367
5,00E-03	0,00837	100,00%	97,61%	99,92%	0,00%	1,67433	0,48736
3,00E-03	0,00849	100,00%	98,16%	99,99%	0,00%	2,82903	2,56935
1,00E-03	0,00776	100,00%	97,61%	99,92%	0,00%	7,75520	5,25225
5,00E-04	0,00707	100,00%	97,61%	99,92%	0,00%	14,13195	1,17961
3,00E-04	0,00701	100,00%	98,16%	99,99%	0,00%	23,37050	3,08884
1,00E-04	0,00679	100,00%	98,16%	99,99%	0,00%	67,86291	4,07221
5,00E-05	0,00665	99,33%	96,15%	99,46%	0,67%	133,01146	7,29631
3,00E-05	0,00662	99,67%	97,11%	99,79%	0,33%	220,79471	11,63602

TABELA A.19 – Desempenho da Isolação da Falha Rampa para $\kappa = 10$; $\phi = 0,0125$ °/s e $\epsilon = 0,0025$ °/s, com o quinto sensor auxiliar.

Isolações ($\kappa=10$; $\epsilon=0,0020$ °/s; $\Phi=0,0125$ °/s)							
Inclinação (°/s ²)	Magnitude na Isolação	Iso. Certas	ICP Mínimo	ICP Máximo	Iso. Erradas	Atraso Médio (s)	Desvio Atraso (s)
1,00E-01	0,06475	100,00%	97,61%	99,92%	0,00%	0,64748	1,63157
1,00E-02	0,01244	100,00%	98,16%	99,99%	0,00%	1,24368	2,34252
5,00E-03	0,01114	100,00%	96,15%	99,46%	0,00%	2,22742	3,08747
3,00E-03	0,00844	100,00%	95,70%	99,26%	0,00%	2,81378	1,48078
1,00E-03	0,00755	100,00%	98,16%	99,99%	0,00%	7,54943	2,05205
5,00E-04	0,00739	100,00%	97,11%	99,79%	0,00%	14,78081	3,87874
3,00E-04	0,00709	100,00%	97,11%	99,79%	0,00%	23,61936	3,86469
1,00E-04	0,00680	100,00%	97,11%	99,79%	0,00%	68,01377	2,92646
5,00E-05	0,00684	100,00%	98,16%	99,99%	0,00%	136,73054	12,94087
3,00E-05	0,00672	100,00%	96,62%	99,64%	0,00%	223,94723	10,19262

A.5 Resultados da Isolações Erradas - Método com *cluster* de sensores

Os resultados mencionados na subseção 4.4.1 estão presentes na seguintes tabelas (de A.23 a A.20):

TABELA A.20 – Resultado de Isolações Erradas para o Método com *cluster* de sensores com $\epsilon = 0,0100$ °/s.

Isolações ($\kappa = 10$; $n = 12$; $k = 6$; $\rho = 0,10$ °/s; $\epsilon = 0,0025$ °/s)			
Discordância Φ (°/s)	Taxa Isolações Erradas	ICP Mínimo	ICP Máximo
0,0180	0,00%	0,00%	1,22%
0,0160	0,00%	0,00%	1,22%
0,0150	0,00%	0,00%	1,22%
0,0140	0,00%	0,00%	1,22%
0,0135	8,67%	5,74%	12,44%
0,0130	76,00%	70,76%	80,72%
0,0120	90,00%	86,03%	93,15%
0,0110	96,67%	93,96%	98,39%
0,0100	98,33%	96,15%	99,46%
0,0090	98,00%	95,70%	99,26%
0,0080	99,00%	97,11%	99,79%

TABELA A.21 – Resultado de Isolações Erradas para o Método com *cluster* de sensores com $\epsilon = 0,0075$ °/s.

Isolações ($\kappa = 10$; $n = 12$; $k = 6$; $\rho = 0,10$ °/s; $\epsilon = 0,0050$ °/s)			
Discordância Φ (°/s)	Taxa Isolações Erradas	ICP Mínimo	ICP Máximo
0,0270	0,00%	0,00%	1,22%
0,0260	0,00%	0,00%	1,22%
0,0250	0,00%	0,00%	1,22%
0,0245	0,00%	0,00%	1,22%
0,0242	11,33%	7,98%	15,48%
0,0240	46,67%	40,91%	52,49%
0,0230	90,00%	86,03%	93,15%
0,0220	95,33%	92,29%	97,43%
0,0200	98,33%	96,15%	99,46%
0,0190	97,67%	95,25%	99,06%
0,0170	99,00%	97,11%	99,79%
0,0150	100,00%	98,78%	100,00%

TABELA A.22 – Resultado de Isolações Erradas para o Método com *cluster* de sensores com $\epsilon = 0,0050$ °/s.

Isolações ($\kappa = 10$; $n = 12$; $k = 6$; $\rho = 0,10$ °/s; $\epsilon = 0,0075$ °/s)			
Discordância Φ (°/s)	Taxa Isolações Erradas	ICP Mínimo	ICP Máximo
0,0400	0,00%	0,00%	1,22%
0,0380	0,00%	0,00%	1,22%
0,0360	0,00%	0,00%	1,22%
0,0350	6,00%	3,59%	9,32%
0,0340	89,33%	85,28%	92,59%
0,0330	91,33%	87,56%	94,26%
0,0320	95,33%	92,29%	97,43%
0,0310	97,33%	94,81%	98,84%
0,0300	96,67%	93,96%	98,39%
0,0280	100,00%	98,78%	100,00%
0,0260	100,00%	98,78%	100,00%
0,0250	99,67%	98,16%	99,99%

TABELA A.23 – Resultado de Isolações Erradas para o Método com *cluster* de sensores com $\epsilon = 0,0025$ °/s.

Isolações ($\kappa = 10$; $n = 12$; $k = 6$; $\rho = 0,10$ °/s; $\epsilon = 0,0100$ °/s)			
Discordância Φ (°/s)	Taxa Isolações Erradas	ICP Mínimo	ICP Máximo
0,0480	0,00%	0,00%	1,22%
0,0470	0,00%	0,00%	1,22%
0,0460	0,00%	0,00%	1,22%
0,0455	38,33%	32,80%	44,10%
0,0450	75,33%	70,05%	80,11%
0,0430	92,00%	88,33%	94,81%
0,0410	95,67%	92,70%	97,67%
0,0400	97,33%	94,81%	98,84%
0,0380	99,67%	98,16%	99,99%

A.6 Resultados da Isolações de Falhas Degrau - Método com *cluster* de sensores

Os resultados mencionados na subsecção 4.4.2 estão presentes na seguintes tabelas (de A.24 a A.29):

TABELA A.24 – Resultado de Isolações de Falhas degrau, utilizando o Método com *cluster* de sensores com $\phi = 0,0200$ °/s.

Isolações (n=12; kappa = 10; k=6; rho=0,10; ε=0,0025 °/s; Φ=0,0200 °/s)						
Magn. da Falha(°/s)	Iso. Certas	ICP Mínimo	ICP Máximo	Iso. Erradas	Atraso Médio (s)	Desvio Atraso (s)
0,5000	99,00%	97,11%	99,79%	0,00%	5,1015	3,7280
0,2500	98,67%	96,62%	99,64%	0,00%	5,4744	4,4942
0,1000	85,33%	80,82%	89,14%	5,33%	8,0795	7,5370
0,0750	72,00%	66,55%	77,01%	8,00%	9,3750	7,8426
0,0500	56,33%	50,52%	62,03%	2,67%	14,7393	10,0402
0,0250	18,67%	14,42%	23,54%	5,00%	21,3421	11,3805
0,0100	0,00%	0,00%	1,22%	72,00%	NA	NA
0,0075	0,00%	0,00%	1,22%	85,67%	NA	NA
0,0050	0,00%	0,00%	1,22%	98,33%	NA	NA
0,0025	0,00%	0,00%	1,22%	98,00%	NA	NA
0,0010	0,00%	0,00%	1,22%	0,00%	NA	NA
0,0005	0,00%	0,00%	1,22%	0,00%	NA	NA
0,0004	0,00%	0,00%	1,22%	0,00%	NA	NA

TABELA A.25 – Resultado de Isolações de Falhas degrau, utilizando o Método com *cluster* de sensores com $\phi = 0,0500$ °/s.

Isolações (n=12; kappa = 10; k=6; rho=0,10; ε=0,0025 °/s; Φ=0,0500 °/s)						
Magn. da Falha(°/s)	Iso. Certas	ICP Mínimo	ICP Máximo	Iso. Erradas	Atraso Médio (s)	Desvio Atraso (s)
0,5000	99,33%	97,61%	99,92%	0,00%	5,2794	4,7233
0,2500	98,67%	96,62%	99,64%	0,00%	5,3729	4,3914
0,1000	83,67%	78,99%	87,67%	4,33%	8,0078	7,3326
0,0750	73,67%	68,30%	78,56%	4,33%	10,2869	8,5641
0,0500	56,00%	50,18%	61,70%	2,33%	14,1232	9,8456
0,0250	0,00%	0,00%	1,22%	84,33%	NA	NA
0,0100	0,00%	0,00%	1,22%	95,67%	NA	NA
0,0075	0,00%	0,00%	1,22%	97,33%	NA	NA
0,0050	0,00%	0,00%	1,22%	0,00%	NA	NA
0,0025	0,00%	0,00%	1,22%	0,00%	NA	NA
0,0010	0,00%	0,00%	1,22%	0,00%	NA	NA

TABELA A.26 – Resultado de Isolações de Falhas degrau, utilizando o Método com *cluster* de sensores com $\phi = 0,1000$ °/s.

Isolações (n=12; kappa = 10; k=6; rho=0,10; ε=0,0025 °/s; Φ=0,1000 °/s)						
Magn. da Falha(°/s)	Iso. Certas	ICP Mínimo	ICP Máximo	Iso. Erradas	Atraso Médio (s)	Desvio Atraso (s)
0,5000	98,67%	96,62%	99,64%	0,00%	5,1113	3,6925
0,2500	98,67%	96,62%	99,64%	0,00%	4,8012	3,1459
0,1000	82,33%	77,54%	86,48%	5,33%	7,7916	7,1213
0,0750	74,33%	69,00%	79,18%	2,67%	9,0104	7,7755
0,0500	0,00%	0,00%	1,22%	50,00%	NA	NA
0,0250	0,00%	0,00%	1,22%	31,00%	NA	NA
0,0100	0,00%	0,00%	1,22%	0,00%	NA	NA
0,0075	0,00%	0,00%	1,22%	0,00%	NA	NA

TABELA A.27 – Resultado de Isolações de Falhas degrau, utilizando o Método com *cluster* de sensores com $\phi = 0,1500$ °/s.

Isolações (n=12; kappa = 10; k=6; rho=0,10; ε=0,0025 °/s; Φ=0,1500 °/s)						
Magn. da Falha(°/s)	Iso. Certas	ICP Mínimo	ICP Máximo	Iso. Erradas	Atraso Médio (s)	Desvio Atraso (s)
0,5000	98,00%	95,70%	99,26%	0,00%	3,9404	5,3113
0,2500	96,67%	93,96%	98,39%	0,00%	4,2336	5,3278
0,1000	83,67%	78,99%	87,67%	4,00%	8,1963	8,5245
0,0750	0,00%	0,00%	1,22%	7,00%	NA	NA
0,0500	0,00%	0,00%	1,22%	0,00%	NA	NA
0,0250	0,00%	0,00%	1,22%	30,67%	NA	NA
0,0100	0,00%	0,00%	1,22%	0,00%	NA	NA
0,0075	0,00%	0,00%	1,22%	0,00%	NA	NA

TABELA A.28 – Resultado de Isolações de Falhas degrau, utilizando o Método com *cluster* de sensores com $\phi = 0,2000$ °/s.

Isolações (n=12; kappa = 10; k=6; rho=0,10; ε=0,0025 °/s; Φ=0,2000 °/s)						
Magn. da Falha(°/s)	Iso. Certas	ICP Mínimo	ICP Máximo	Iso. Erradas	Atraso Médio (s)	Desvio Atraso (s)
0,5000	99,33%	97,61%	99,92%	0,00%	5,2116	4,1084
0,2500	98,67%	96,62%	99,64%	0,00%	5,1078	3,9317
0,1000	0,00%	0,00%	1,22%	0,00%	NA	NA
0,0750	0,00%	0,00%	1,22%	0,00%	NA	NA
0,0500	0,00%	0,00%	1,22%	0,00%	NA	NA

TABELA A.29 – Resultado de Isolações de Falhas degrau, utilizando o Método com *cluster* de sensores com $\phi = 0,2500$ °/s.

Isolações (n=12; kappa = 10; k=6; rho=0,10; ε=0,0025 °/s; Φ=0,2500 °/s)						
Magn. da Falha(°/s)	Iso. Certas	ICP Mínimo	ICP Máximo	Iso. Erradas	Atraso Médio (s)	Desvio Atraso (s)
0,5000	98,67%	96,62%	99,64%	0,00%	5,4147	5,0686
0,2500	99,00%	97,11%	99,79%	0,00%	5,4372	4,5456
0,1000	0,00%	0,00%	1,22%	0,00%	NA	NA
0,0750	0,00%	0,00%	1,22%	0,00%	NA	NA
0,0500	0,00%	0,00%	1,22%	0,00%	NA	NA

A.7 Resultados da Isolações de Falhas Degrau - Método com *cluster* de sensores

Os resultados mencionados na subseção 4.4.3 estão presentes na seguintes tabelas (de A.30 a A.35):

TABELA A.30 – Resultado de Isolações de Falhas rampa, utilizando o Método com *cluster* de sensores com $\phi = 0,0200$ °/s.

Isolações Erradas (n=12; k=6; rho=0,10 °/s; kappa = 10; κ=10; ε=0,0025 °/s; Φ=0,0200 °/s)							
Inclinação (°/s ²)	Magn. na Isolação (°/s)	Iso. Certas	ICP Mínimo	ICP Máximo	Iso. Erradas	Atraso Médio (s)	Desvio Atraso (s)
1,00E-01	0,6162	100,00%	98,78%	100,00%	0,00%	6,1615	4,8895
1,00E-02	0,1296	74,33%	69,00%	79,18%	25,67%	12,9620	6,0291
5,00E-03	0,0869	44,00%	38,30%	49,82%	56,00%	17,3778	6,8186
3,00E-03	0,0689	24,00%	19,28%	29,24%	76,00%	22,9583	5,6814
1,00E-03	0,0503	6,00%	3,59%	9,32%	94,00%	50,3139	15,9606
5,00E-04	0,0429	5,00%	2,83%	8,11%	95,00%	85,8973	22,8950
3,00E-04	0,0276	1,33%	0,36%	3,38%	98,67%	91,9200	31,7289
1,00E-04	0,0263	0,33%	0,01%	1,84%	99,67%	263,0700	NA

TABELA A.31 – Resultado de Isolações de Falhas rampa, utilizando o Método com *cluster* de sensores com $\phi = 0,0500$ °/s.

Isolações Erradas (n=12; k=6; rho=0,10 °/s; kappa = 10; κ=10; ε=0,0025 °/s; Φ=0,0500 °/s)							
Inclinação (°/s ²)	Magn. na Isolação (°/s)	Iso. Certas	ICP Mínimo	ICP Máximo	Iso. Erradas	Atraso Médio (s)	Desvio Atraso (s)
1,00E-01	0,5792	100,00%	98,78%	100,00%	0,00%	5,7916	3,9466
1,00E-02	0,1158	78,67%	73,59%	83,17%	21,33%	11,5806	3,7672
5,00E-03	0,0876	51,00%	45,19%	56,79%	49,00%	17,5271	6,7219
3,00E-03	0,0653	40,00%	34,41%	45,79%	60,00%	21,7648	10,7015
1,00E-03	0,0453	16,67%	12,63%	21,38%	83,33%	45,3346	17,0887
5,00E-04	0,0391	5,67%	3,34%	8,92%	94,33%	78,1618	16,3531
3,00E-04	0,0366	6,00%	3,59%	9,32%	94,00%	122,0644	29,4042
1,00E-04	0,0310	1,33%	0,36%	3,38%	98,67%	309,7475	17,8511

TABELA A.32 – Resultado de Isolações de Falhas rampa, utilizando o Método com *cluster* de sensores com $\phi = 0,1000$ °/s.

Isolações Erradas (n=12; k=6; rho=0,10 °/s; kappa = 10; κ=10; ε=0,0025 °/s; Φ=0,1000 °/s)							
Inclinação (°/s ²)	Magn. na Isolação (°/s)	Iso. Certas	ICP Mínimo	ICP Máximo	Iso. Erradas	Atraso Médio (s)	Desvio Atraso (s)
1,00E-01	0,7021	100,00%	98,78%	100,00%	0,00%	7,0208	8,2127
1,00E-02	0,1396	91,00%	87,18%	93,99%	9,00%	13,9605	5,7507
5,00E-03	0,0995	79,33%	74,30%	83,77%	20,67%	19,9081	7,0897
3,00E-03	0,0759	67,33%	61,71%	72,61%	32,67%	25,2910	5,7728
1,00E-03	0,0628	45,67%	39,93%	51,49%	54,33%	62,7969	6,8590
5,00E-04	0,0597	34,67%	29,29%	40,35%	65,33%	119,4626	3,8122
3,00E-04	0,0586	20,00%	15,62%	24,98%	80,00%	195,1693	4,2914
1,00E-04	0,0577	14,00%	10,28%	18,45%	86,00%	577,0083	9,8372

TABELA A.33 – Resultado de Isolações de Falhas rampa, utilizando o Método com *cluster* de sensores com $\phi = 0,1500$ °/s.

Isolações Erradas (n=12; k=6; rho=0,10 °/s; kappa = 10; κ=10; ε=0,0025 °/s; Φ=0,1500 °/s)							
Inclinação (°/s ²)	Magn. na Isolação (°/s)	Iso. Certas	ICP Mínimo	ICP Máximo	Iso. Erradas	Atraso Médio (s)	Desvio Atraso (s)
1,00E-01	0,6508	100,00%	98,78%	100,00%	0,00%	6,5080	6,6227
1,00E-02	0,1632	98,33%	96,15%	99,46%	1,67%	16,3166	6,2154
5,00E-03	0,1211	94,33%	91,08%	96,66%	4,67%	24,2181	6,7815
3,00E-03	0,1032	92,67%	89,11%	95,35%	7,33%	34,3847	7,0458
1,00E-03	0,0896	85,33%	80,82%	89,14%	14,67%	89,6033	3,6345
5,00E-04	0,0873	70,33%	64,81%	75,45%	29,67%	174,6711	3,8173
3,00E-04	0,0861	57,33%	51,52%	63,00%	38,67%	287,1173	1,6034
1,00E-04	0,0851	20,00%	15,62%	24,98%	80,00%	851,1415	2,3015

TABELA A.34 – Resultado de Isolações de Falhas rampa, utilizando o Método com *cluster* de sensores com $\phi = 0,2000$ °/s.

Isolações Erradas (n=12; k=6; rho=0,10 °/s; kappa = 10; κ=10; ε=0,0025 °/s; Φ=0,2000 °/s)							
Inclinação (°/s ²)	Magn. na Isolação (°/s)	Iso. Certas	ICP Mínimo	ICP Máximo	Iso. Erradas	Atraso Médio (s)	Desvio Atraso (s)
1,00E-01	0,7452	100,00%	98,78%	100,00%	0,00%	7,4524	8,4520
1,00E-02	0,1776	99,67%	98,16%	99,99%	0,33%	17,7603	8,5356
5,00E-03	0,1486	98,67%	96,62%	99,64%	1,33%	29,7195	10,4493
3,00E-03	0,1350	98,33%	96,15%	99,46%	1,67%	44,9981	10,2410
1,00E-03	0,1187	92,67%	90,68%	96,41%	7,33%	118,7303	6,1869
5,00E-04	0,1155	92,00%	88,33%	94,81%	8,00%	231,0013	2,3190
3,00E-04	0,1149	88,33%	84,15%	91,74%	11,67%	382,9023	6,9246
1,00E-04	0,1137	78,33%	73,24%	82,86%	21,33%	1136,8056	6,5345

TABELA A.35 – Resultado de Isolações de Falhas rampa, utilizando o Método com *cluster* de sensores com $\phi = 0,2500$ °/s.

Isolações Erradas (n=12; k=6; rho=0,10 °/s; kappa = 10; κ=10; ε=0,0025 °/s; Φ=0,2500 °/s)							
Inclinação (°/s ²)	Magn. na Isolação (°/s)	Iso. Certas	ICP Mínimo	ICP Máximo	Iso. Erradas	Atraso Médio (s)	Desvio Atraso (s)
1,00E-01	0,7644	100,00%	98,78%	100,00%	0,00%	7,6439	8,4540
1,00E-02	0,1986	100,00%	98,78%	100,00%	0,00%	19,8568	9,9406
5,00E-03	0,1753	100,00%	98,78%	100,00%	0,00%	35,0576	8,1214
3,00E-03	0,1613	100,00%	98,78%	100,00%	0,00%	53,7575	9,4874
1,00E-03	0,1469	100,00%	98,78%	100,00%	0,00%	146,9403	4,6716
5,00E-04	0,1443	100,00%	98,78%	100,00%	0,00%	288,5818	7,4143
3,00E-04	0,1432	99,33%	97,61%	99,92%	0,67%	477,2759	5,6376
1,00E-04	0,1420	97,33%	94,81%	98,84%	2,67%	1419,7462	6,3897

A.8 Resultados da Detecção da Falha Degrau - Com 5 sensores

Os resultados mencionados na subsecção 4.2.5 estão presentes na seguintes tabelas (de A.36 a A.39):

TABELA A.36 – Desempenho da Detecção da Falha Degrau para $\tau = 8 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ/\text{s}$ e no caso de 5 sensores principais.

Tolerância $8 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ/\text{s}$						
Magnitude ($^\circ/\text{s}$)	$10^5 \cdot \text{mag}$	Taxa de Detecção	ICP mínimo	ICP máximo	Atraso Médio (s)	Desvio Atraso (s)
0,0008	80	100,00%	98,78%	100,00%	0,03117	0,00322
0,0005	50	100,00%	98,78%	100,00%	0,04000	0,00000
0,0003	30	100,00%	98,78%	100,00%	0,04000	0,00000
0,0001	10	100,00%	98,78%	100,00%	0,06120	0,00336
0,00009	9	99,67%	98,16%	99,99%	0,07438	0,05586
0,00008	8	90,33%	86,41%	93,43%	1,67295	4,91640
0,000075	7,5	59,00%	53,20%	64,62%	4,76684	8,86405
0,00007	7	19,67%	15,32%	24,62%	7,89288	9,95106
0,000065	6,5	0,33%	0,01%	1,84%	6,93000	0,00000
0,00006	6	0,00%	0,00%	1,22%	NA	NA
0,000055	5,5	0,00%	0,00%	1,22%	NA	NA
0,00005	5	0,00%	0,00%	1,22%	NA	NA
0,000045	4,5	0,00%	0,00%	1,22%	NA	NA
0,00004	4	0,00%	0,00%	1,22%	NA	NA

TABELA A.37 – Desempenho da Detecção da Falha Degrau para $\tau = 6 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ/\text{s}$ e no caso de 5 sensores principais.

Tolerância $6 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ/\text{s}$						
Magnitude ($^\circ/\text{s}$)	$10^5 \cdot \text{mag}$	Taxa de Detecção	ICP mínimo	ICP máximo	Atraso Médio (s)	Desvio Atraso (s)
0,00009	9	100,00%	98,78%	100,00%	0,05610	0,00495
0,00008	8	100,00%	98,78%	100,00%	0,05970	0,00299
0,000075	7,5	100,00%	98,78%	100,00%	0,06207	0,00637
0,00007	7	100,00%	98,78%	100,00%	0,06703	0,01464
0,000065	6,5	99,33%	97,61%	99,92%	0,14876	0,39989
0,00006	6	95,33%	92,29%	97,43%	1,31399	3,92768
0,000055	5,5	68,33%	62,74%	73,56%	4,67034	8,72115
0,00005	5	21,00%	16,53%	26,05%	7,03651	10,49390
0,000045	4,5	3,33%	1,61%	6,04%	12,41600	12,36872
0,00004	4	0,00%	0,00%	1,22%	NA	NA
0,000035	3,5	0,00%	0,00%	1,22%	NA	NA
0,00003	3	0,00%	0,00%	1,22%	NA	NA
0,000025	2,5	0,00%	0,00%	1,22%	NA	NA
0,00002	2	0,00%	0,00%	1,22%	NA	NA

TABELA A.38 – Desempenho da Detecção da Falha Degrau para $\tau = 4 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ/\text{s}$ e no caso de 5 sensores principais.

Tolerância $4 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ/\text{s}$						
Magnitude ($^\circ/\text{s}$)	$10^5 \cdot \text{mag}$	Taxa de Detecção	ICP mínimo	ICP máximo	Atraso Médio (s)	Desvio Atraso (s)
0,00007	7	100,00%	98,78%	100,00%	0,05117	0,00322
0,000065	6,5	100,00%	98,78%	100,00%	0,05320	0,00467
0,00006	6	100,00%	98,78%	100,00%	0,05493	0,00501
0,000055	5,5	100,00%	98,78%	100,00%	0,05877	0,00471
0,00005	5	100,00%	98,78%	100,00%	0,06333	0,01996
0,000045	4,5	100,00%	98,78%	100,00%	0,11750	0,44771
0,00004	4	95,00%	91,89%	97,17%	1,08274	3,86396
0,000035	3,5	75,33%	70,05%	80,11%	4,11301	8,94762
0,00003	3	33,67%	28,34%	39,32%	7,37842	10,18537
0,000025	2,5	4,67%	2,57%	7,71%	8,08714	8,21933
0,00002	2	0,00%	0,00%	1,22%	NA	NA
0,000015	1,5	0,00%	0,00%	1,22%	NA	NA
0,00001	1	0,00%	0,00%	1,22%	NA	NA
0,000003	0,3	0,00%	0,00%	1,22%	NA	NA

TABELA A.39 – Desempenho da Detecção da Falha Degrau para $\tau = 3 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ/\text{s}$ e no caso de 5 sensores principais.

Tolerância $3 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ/\text{s}$						
Magnitude ($^\circ/\text{s}$)	$10^5 \cdot \text{mag}$	Taxa de Detecção	ICP mínimo	ICP máximo	Atraso Médio (s)	Desvio Atraso (s)
0,000065	6,5	100,00%	98,78%	100,00%	0,04973	0,00161
0,00006	6	100,00%	98,78%	100,00%	0,05017	0,00223
0,000055	5,5	100,00%	98,78%	100,00%	0,05090	0,00330
0,00005	5	100,00%	98,78%	100,00%	0,05270	0,00459
0,000045	4,5	100,00%	98,78%	100,00%	0,05527	0,00581
0,00004	4	100,00%	98,78%	100,00%	0,05990	0,00969
0,000035	3,5	99,67%	98,16%	99,99%	0,08498	0,09866
0,00003	3	98,00%	95,70%	99,26%	0,53517	2,51750
0,000025	2,5	76,00%	70,76%	80,72%	2,85083	6,23705
0,00002	2	36,00%	30,56%	41,72%	6,59917	9,76561
0,000015	1,5	7,33%	4,65%	10,89%	10,57591	12,64605
0,00001	1	0,67%	0,08%	2,39%	18,89000	20,73237
0,000005	0,5	0,00%	0,00%	1,22%	NA	NA
0,000003	0,3	0,00%	0,00%	1,22%	NA	NA

A.9 Resultados da Detecção da Falha Rampa - Com 5 sensores

Os resultados mencionados na subsecção 4.2.6 estão presentes na seguintes tabelas (de A.40 a A.43):

TABELA A.40 – Desempenho da Detecção da Falha Rampa para $\tau = 8 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ/s$.

Tolerância $8 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ/s$			
Magnitude ($^\circ/s^2$)	Magnitude Média Detec	Atraso Médio (s)	Desvio Atraso (s)
1,00E-01	3,00E-03	3,00E-02	2,05E-14
1,00E-02	5,00E-04	5,00E-02	1,42E-14
5,00E-03	3,00E-04	6,00E-02	7,12E-15
3,00E-03	2,13E-04	7,11E-02	3,13E-03
1,00E-03	1,28E-04	1,28E-01	5,85E-03
5,00E-04	1,05E-04	2,10E-01	1,05E-02
3,00E-04	9,63E-05	3,21E-01	1,63E-02
1,00E-04	8,69E-05	8,69E-01	5,02E-02
5,00E-05	8,43E-05	1,69E+00	1,02E-01
3,00E-05	8,22E-05	2,74E+00	1,66E-01
1,00E-05	8,01E-05	8,01E+00	4,80E-01

TABELA A.41 – Desempenho da Detecção da Falha Rampa para $\tau = 6 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ/s$.

Tolerância $6 \cdot 10^{-5} \text{ }^\circ/s$			
Magnitude ($^\circ/s^2$)	Magnitude Média Detec	Atraso Médio (s)	Desvio Atraso (s)
1,00E-01	3,00E-03	3,00E-02	2,05E-14
1,00E-02	5,00E-04	5,00E-02	1,42E-14
5,00E-03	2,94E-04	5,89E-02	3,13E-03
3,00E-03	1,99E-04	6,64E-02	4,82E-03
1,00E-03	1,07E-04	1,07E-01	5,88E-03
5,00E-04	8,41E-05	1,68E-01	1,08E-02
3,00E-04	7,58E-05	2,53E-01	1,79E-02
1,00E-04	6,57E-05	6,57E-01	4,80E-02
5,00E-05	6,29E-05	1,26E+00	9,74E-02
3,00E-05	6,19E-05	2,06E+00	1,67E-01
1,00E-05	5,91E-05	5,91E+00	4,78E-01

TABELA A.42 – Desempenho da Detecção da Falha Rampa para $\tau = 4 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ/\text{s}$.

Tolerância $4 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ/\text{s}$			
Magnitude ($^\circ/\text{s}^2$)	Magnitude Média Detec	Atraso Médio (s)	Desvio Atraso (s)
1,00E-01	3,00E-03	3,00E-02	2,05E-14
1,00E-02	4,23E-04	4,23E-02	4,22E-03
5,00E-03	2,50E-04	5,00E-02	1,42E-14
3,00E-03	1,78E-04	5,95E-02	2,25E-03
1,00E-03	8,55E-05	8,55E-02	5,96E-03
5,00E-04	6,32E-05	1,26E-01	1,03E-02
3,00E-04	5,46E-05	1,82E-01	1,78E-02
1,00E-04	4,51E-05	4,51E-01	5,04E-02
5,00E-05	4,20E-05	8,40E-01	9,64E-02
3,00E-05	4,08E-05	1,36E+00	1,65E-01
1,00E-05	3,79E-05	3,79E+00	4,47E-01

TABELA A.43 – Desempenho da Detecção da Falha Rampa para $\tau = 3 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ/\text{s}$.

Tolerância $3 \cdot 10^{-5} \text{ } ^\circ/\text{s}$			
Magnitude ($^\circ/\text{s}^2$)	Magnitude Média Detec	Atraso Médio (s)	Desvio Atraso (s)
1,00E-01	3,00E-03	3,00E-02	2,05E-14
1,00E-02	4,00E-04	4,00E-02	2,14E-14
5,00E-03	2,46E-04	4,92E-02	2,67E-03
3,00E-03	1,59E-04	5,29E-02	4,53E-03
1,00E-03	7,53E-05	7,53E-02	5,92E-03
5,00E-04	5,28E-05	1,06E-01	1,16E-02
3,00E-04	4,38E-05	1,46E-01	1,81E-02
1,00E-04	3,48E-05	3,48E-01	4,76E-02
5,00E-05	3,16E-05	6,32E-01	9,70E-02
3,00E-05	3,04E-05	1,01E+00	1,57E-01
1,00E-05	2,77E-05	2,77E+00	5,06E-01

FOLHA DE REGISTRO DO DOCUMENTO

1. CLASSIFICAÇÃO/TIPO DM	2. DATA 21 de julho de 2020	3. DOCUMENTO Nº DCTA/ITA/DM-033/2020	4. Nº DE PÁGINAS 204
5. TÍTULO E SUBTÍTULO: Isolação de Falhas em Sistemas de Navegação Inercial com Redundância Mínima por Meio de Sensores Auxiliares			
6. AUTOR(ES): Tibor Thiesen Dumont Pitrez			
7. INSTITUIÇÃO(ÕES)/ÓRGÃO(S) INTERNO(S)/DIVISÃO(ÕES): Instituto Tecnológico de Aeronáutica – ITA			
8. PALAVRAS-CHAVE SUGERIDAS PELO AUTOR: FDI; Detecção; Isolação; Falhas; Navegação; Inercial; Confiabilidade; Baixo Custo			
9. PALAVRAS-CHAVE RESULTANTES DE INDEXAÇÃO: Isolamento de Falhas; Sistemas de Navegação; Confiabilidade; Detecção; Engenharia Aeroespacial			
10. APRESENTAÇÃO: <input checked="" type="checkbox"/> Nacional <input type="checkbox"/> Internacional ITA, São José dos Campos. Curso de Mestrado. Programa de Pós-Graduação em Ciências e Tecnologias Espaciais. Área de Gestão Tecnológica. Orientador: Prof. Dr. Fernando Teixeira Mendes Abrahão. Defesa em 26/06/2020. Publicada em 26/06/2020.			
11. RESUMO: <p>Esta Dissertação de Mestrado apresenta duas alternativas que permitem contornar o problema de isolação de falhas em um sistema de navegação inercial com 4 sensores de cada tipo (girômetros ou acelerômetros). As soluções apresentadas no trabalho foram feitas para serem implementadas em sistemas de navegação inercial puros, ou seja, sem fusão ou auxílio de sensores de outra natureza. O trabalho é feito, na maior parte de sua redação, para girômetros, mas, devido a natureza vetorial das grandezas medidas, o mesmo método pode ser utilizado para acelerômetros ou qualquer outro conjunto de sensores de grandezas vetoriais. Em um sistema de navegação com 4 girômetros, por exemplo, em caso de falha de um dos sensores, é possível realizar a detecção da falha (perceber que algum sensor falhou), mas não é possível isolar qual sensor falhou, exceto em falhas muito particulares. Isso faz com que o sistema de navegação inercial, dependendo da magnitude da falha, não consiga mais cumprir a missão. Em um sistema com 5 sensores, é sempre possível isolar o sensor defeituoso, porém, a adição de um sensor de mesma qualidade dos demais pode ser muito cara, extrapolando o orçamento do projeto. O objetivo deste trabalho é identificar, embasar com evidências e desenvolver um método a ser usado como solução para este problema de isolação de falhas, em sistemas com apenas 4 sensores, sem acrescentar o custo de um sensor adicional de mesma qualidade que os demais. Tal objetivo foi cumprido com duas soluções diferentes. A primeira solução apresentada neste trabalho é a utilização de um sensor inercial auxiliar de menor qualidade (e mais barato) junto aos 4 sensores principais, de forma a auxiliar a etapa de isolação de falhas. A outra solução é a utilização de um <i>cluster</i> de sensores de qualidade ainda menor (e ainda mais baratos) para auxiliar a atividade de isolação de falhas. Estes sensores auxiliares não são, <i>a priori</i>, utilizados para a navegação do sistema. Ambas as soluções apresentadas tiveram resultados positivos, com maior destaque para a primeira, e o sistema deve ser sintonizado de acordo com os requisitos e orçamentos dos projetos. No geral, este trabalho é um estudo de Detecção, Isolação e Recuperação de Falhas (FDIR, acrônimo em inglês), com o foco na etapa de isolação.</p>			
12. GRAU DE SIGILO: <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <input checked="" type="checkbox"/> OSTENSIVO <input type="checkbox"/> RESERVADO <input type="checkbox"/> SECRETO </div>			